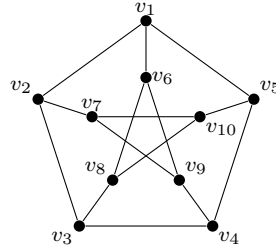


**Exercice 9.1.** Montrer que le graphe de Petersen dessiné ci-dessous est isomorphe au graphe  $G = (V, E)$  avec  $V = \{A \subset \underline{5}, |A| = 2\}$  et  $E = \{(A, B) \in V^2, A \cap B = \emptyset\}$ .



**Exercice 9.2.** Soit  $G = (V, E)$  un graphe connexe dans lequel tous les sommets distincts ont soit zéro soit cinq voisins communs. Montrer que  $G$  est un graphe régulier, c'est-à-dire que tous les sommets de  $G$  sont de même degré. (Indice : choisir  $(a, b) \in E$  et considérer l'ensemble  $A$  des voisins de  $a$  différents de  $b$  et l'ensemble  $B$  des voisins de  $b$  différents de  $a$ ).

**Exercice 9.3.** Soit  $G = (V, E)$  un graphe, le *graphe des arêtes* de  $G$  est le graphe  $L(G) = (E, \{(a, b), (b, c) \mid (a, b) \in E \text{ et } (b, c) \in E\})$ .

1. Si la somme des degrés de  $G$  est  $s$ , quel est le nombre de sommets de  $L(G)$  ?
2. Supposons  $v = \{v_1, \dots, v_n\}$  et  $\deg(v_i) = d_i$ , Exprimer la somme des degrés de  $L(G)$ .
3. Pour quels graphes connexes  $G$  est-il isomorphe à  $L(G)$  ? Justifier votre réponse.

**Exercice 9.4.** Le Roi Uxamhwiashurh a quatre fils ; dix de ses descendants de sexe masculin ont trois fils chacun, quinze ont deux fils et tous les autres sont morts sans avoir eu d'enfant. Combien de descendants de sexe masculin le Roi Uxamhwiashurh a-t-il ?