

**Exercice 10.1.** Le but de cet exercice est de montrer qu'il n'y a pas d'autres polyèdres réguliers convexes que les 5 solides de Platon. Il est facile de voir que le graphe de tels polyèdres est un graphe planaire tel que chacun des  $n$  sommets soit de même degré  $d$  et que chacune des  $f$  faces soit adjacente à  $k$  arêtes. En notant de plus  $m$  le nombre d'arêtes, montrer que seulement 5 valeurs sont possibles pour  $(d, k, n, m, f)$ .

**Exercice 10.2.** Montrer que pour tout  $n \geq 2$  il existe un graphe planaire avec  $n$  sommets et  $3n - 6$  arêtes.

**Exercice 10.3.** Soit  $G$  un graphe planaire tel que tout sommet soit de degré pair. Montrer que la carte induite par les faces d'un dessin de  $G$  dans le plan est 2-coloriable. (Indice : on pourra faire une récurrence sur le nombre d'arêtes de  $G$ ).

**Exercice 10.4.** Montrer qu'un graphe  $G$  a au moins  $\binom{\chi(G)}{2}$  arêtes.