

**ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE**

Sections d'Informatique et de Systèmes de Communication

Série d'exercices 10

30/11/2009

**1. Dijkstra et Moore-Bellman-Ford**

On considère un graphe  $G = (V, E)$  avec des poids  $p_i$  sur les arêtes ( $i \in E$ ), et deux sommets  $s$  et  $t$ .

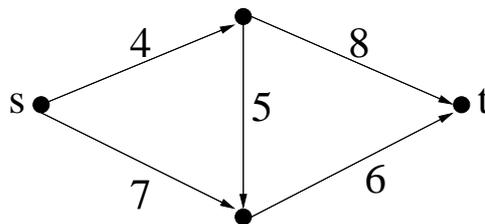
- a) Si l'on multiplie les poids par une constante, le plus court chemin de  $s$  à  $t$  reste-t-il le même?
- b) Si l'on ajoute aux poids une constante  $c$ , le plus court chemin de  $s$  à  $t$ , reste-t-il le même ?

**2. Dijkstra et Programmation Dynamique**

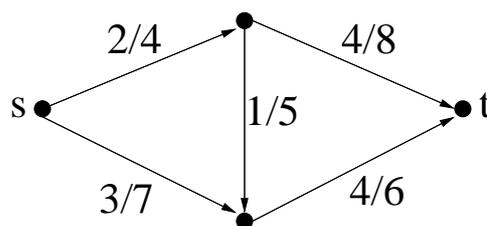
- a) Comment peut-on se servir de l'algorithme de Dijkstra pour résoudre le problème du Knapsack 0/1?
- b) Utiliser l'algorithme de Dijkstra pour résoudre le problème LCS. (Donner la construction du graphe.)
- c) Comparer dans chacun des cas ci-dessus le nombre d'arêtes du graphe obtenu avec le temps de parcours de l'algorithme classique DP pour résoudre le problème.
- d) Quelle différence y a -t-il entre les deux problèmes ci-dessus et le problème de disposition optimale de parenthèses qui rendrait plus difficile l'application directe de l'algorithme de Dijkstra pour résoudre ce dernier problème?

**3. Flux**

On considère le réseau suivant:



- a) L'application suivante est-elle un flux?



- b) Trouver un flux maximal pour ce réseau. Quelle est sa valeur?
- c) Supposons qu'il s'agit d'un réseau de tuyaux de distribution d'eau, et qu'il faut enlever un des tuyaux. Lequel faudrait-il enlever pour diminuer aussi peu que possible le flux maximal?
- d) Supposons qu'on peut remplacer l'un des tuyaux par un tuyau de capacité 10. Lequel faudrait-il remplacer pour augmenter autant que possible le flux maximal?

#### 4. Attribution optimale

Soient 15 étudiants, dont 6 des informaticiens que nous appelons  $I_1, \dots, I_6$  et 9 des physiciens  $P_1, \dots, P_9$ . La résidence d'étudiants doit leur attribuer des chambres  $C_1, \dots, C_6$  dont  $C_1$  et  $C_2$  sont des chambres doubles et  $C_3, \dots, C_6$  sont des chambres simples. Chaque étudiant a une liste de chambres acceptables pour lui:

Étudiant	Chambres acceptables
$P_1$	$C_1, C_3$
$P_2$	$C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$
$P_3$	$C_4, C_5$
$P_4$	$C_2$
$P_5$	$C_3, C_6$
$P_6$	$C_1, C_2$
$P_7$	$C_3, C_4, C_5, C_6$
$P_8$	$C_5, C_6$
$P_9$	$C_3, C_5$
$I_1$	$C_2, C_3, C_4$
$I_2$	$C_1, C_6$
$I_3$	$C_2, C_5$
$I_4$	$C_3, C_4, C_6$
$I_5$	$C_1$
$I_6$	$C_2, C_5$

Le problème est d'attribuer le nombre maximal d'étudiants aux chambres tel que

- On n'attribue pas de chambre inacceptable à un étudiant.
  - Une chambre double aura au plus deux étudiants, une chambre simple au plus un.
  - Si deux étudiants sont attribués la même chambre, alors ils n'étudient pas le même sujet.
- a) Quel algorithme du cours utiliserez-vous pour résoudre ce problème? (*Indication:* Il s'agit d'un problème de graphe.)
- b) Dessinez le graphe correspondant.