

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

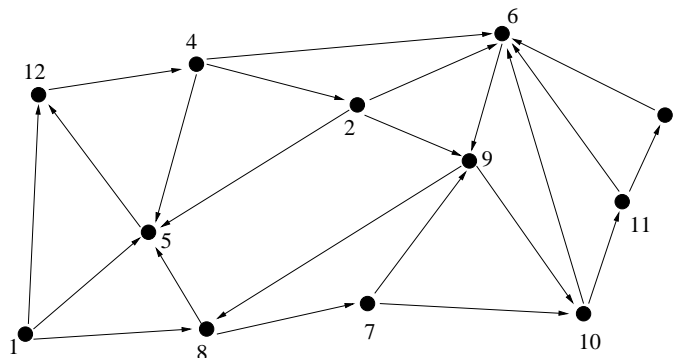
Sections d'Informatique et de Systèmes de Communication

Série d'exercices 9

29 Novembre 2010

1. Traverser des graphes

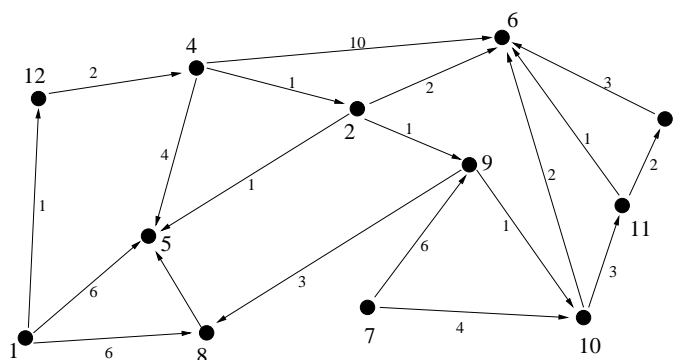
Voici un graphe orienté:



- Parcourir ce graphe avec la méthode DEPTHFIRSTSEARCH, en commençant au sommet 1.
- Parcourir ce graphe avec la méthode BREADTHFIRSTSEARCH, en commençant au sommet 1.
- Modifier l'algorithme BFS pour qu'il retourne pour chaque sommet sa distance par rapport à 1.
- Modifiez l'algorithme ABSTRACTTRAVERSAL pour qu'il compte aussi le nombre de sommets qui sont atteignables depuis 1.

2. L'algorithme de Dijkstra

Considérer le graphe suivant:



- Appliquer l'algorithme de Dijkstra sur ce graphe. Commencer au sommet 1.
- Modifier l'algorithme de Dijkstra pour qu'il fournisse pour chaque sommet v le plus court chemin du sommet de départ s à v et l'ensemble des sommets qui font partie de ce chemin.

3. *Dijkstra et Moore-Bellman-Ford*

On considère un graphe $G = (V, E)$ avec des poids p_i sur les arêtes ($i \in E$), et deux sommets s et t .

- Si l'on multiplie les poids par une constante, le plus court chemin de s à t reste-t-il le même?
- Si l'on ajoute aux poids une constante c , le plus court chemin de s à t , reste-t-il le même ?
- Si les poids des arêtes sont non-négatifs, on peut appliquer ou bien Dijkstra ou bien Moore-Bellman-Ford. Lequel des algorithmes est alors préférable? Donner une famille de graphes tel que si le nombre de sommets n croît, l'un des algorithmes est $O(1)$ tandis que l'autre $O(n^3)$.

4. *Priority Queues*

- Lesquelles des permutations de $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ résulteront, après transformation en heap par BOTTOMUPHEAPCREATE, en le tableau contenant 5, 3, 4, 1, 2, dans cet ordre?
- Le crible d'Erastosthène est la procédure suivante pour trouver tous les nombres premiers de 1 à N :
 - Écrire une liste des nombres 2, 3, 4, \dots , N .
 - Prendre le plus petit nombre de la liste. L'enlever de la liste: C'est un premier. Biffer tous ses multiples de la liste.
 - Répéter l'étape précédente jusqu'à ce qu'il ne reste plus rien à faire.

Donner un algorithme efficace qui utilise un heap pour créer un tableau des N premiers nombres premiers, similaire au crible d' Erastosthène. Essayer d'économiser la mémoire vive afin d'obtenir un algorithme qui a besoin de moins de mémoire vive que celui d'Erastosthène.

- Donner un algorithme efficace pour insérer un élément dans un heap. (Le heap est représenté par un tableau.) Donner un algorithme efficace pour enlever un élément spécifié par sa position dans le tableau d'un heap.