Calcul matriciel

La dernière fois

La dernière fois

$\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$	Espace vectoriel des toutes les applications linéaires de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^m$ par rapport à l'addition et la multiplication définie la dernière fois

La dernière fois

$\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ Espace vectoriel des toutes les applications linéaires de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^m$ par rapport à l'addition et la multiplication définie la dernière fois

Chacun des éléments de $\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ a une matrice canoniquement associée. Cette matrice est du format *m* x *n.*

La dernière fois

$\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ Espace vectoriel des toutes les applications linéaires de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^m$ par rapport à l'addition et la multiplication définie la dernière fois

Chacun des éléments de $\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ a une matrice canoniquement associée. Cette matrice est du format *m* x *n.*

La matrice A canoniquement associée à $f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ vérifie

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \colon f(\mathbf{x}) = A \cdot \mathbf{x}$$

La dernière fois

$\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ Espace vectoriel des toutes les applications linéaires de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^m$ par rapport à l'addition et la multiplication définie la dernière fois

Chacun des éléments de $\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ a une matrice canoniquement associée. Cette matrice est du format *m* x *n.*

La matrice A canoniquement associée à $f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ vérifie

$$\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : f(\mathbf{x}) = A \cdot \mathbf{x}$$

Les colonnes de la matrice associée à *f* sont des vecteurs $f(\mathbf{e}_1), f(\mathbf{e}_2), \ldots, f(\mathbf{e}_n)$ où

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} n \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\mathbb{R}^{m \times n}$

$\mathbb{R}^{m \times n}$

$$\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$$

$\mathbb{R}^{m \times n}$

$$\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$$

Espace de toutes les applications linéaires de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^m$

$\mathbb{R}^{m \times n}$

$$\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m) \longleftrightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$$

Espace de toutes les applications
linéaires de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^m$

$\mathbb{R}^{m\times n}$

$$\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m) \longleftrightarrow \mathbb{R}^{m\times n}$$

Espace de toutes les applications linéaires de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^m$

Espace de toutes les matrices réelles du format *m* x *n*

Composition d'applications linéaires

$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), \quad g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k)$

Composition d'applications linéaires

$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), \quad g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k)$

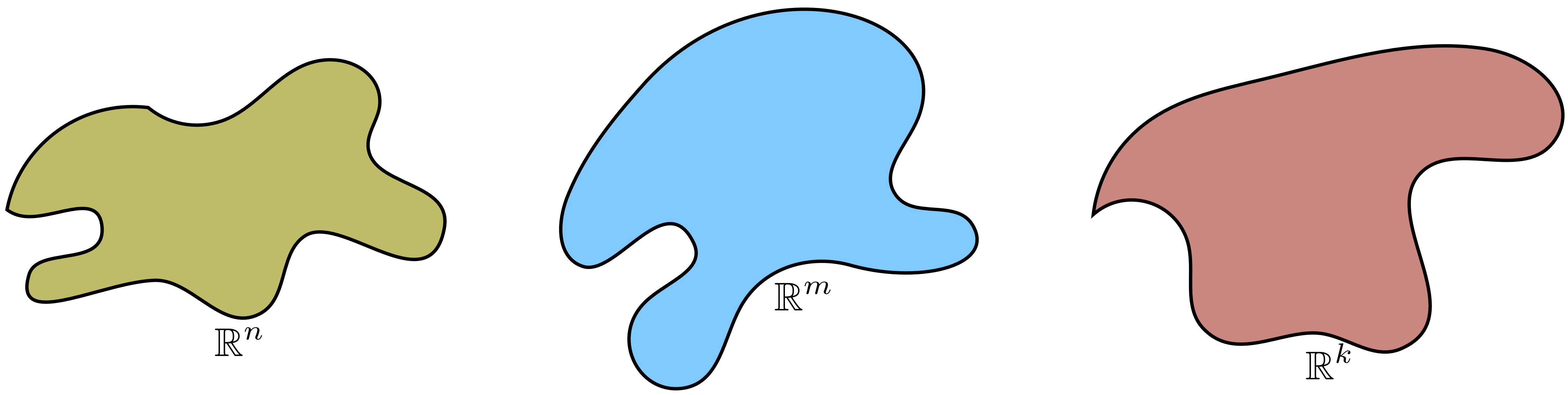
La composition de *f* et *g*, notée par $g \circ f$ est l'application de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^k$ définie par
$(g \circ f)(x) := g(f(x))$

Composition d'applications linéaires

$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), \quad g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k)$

La composition de *f* et *g*, notée par $g \circ f$ est l'application de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^k$ définie par

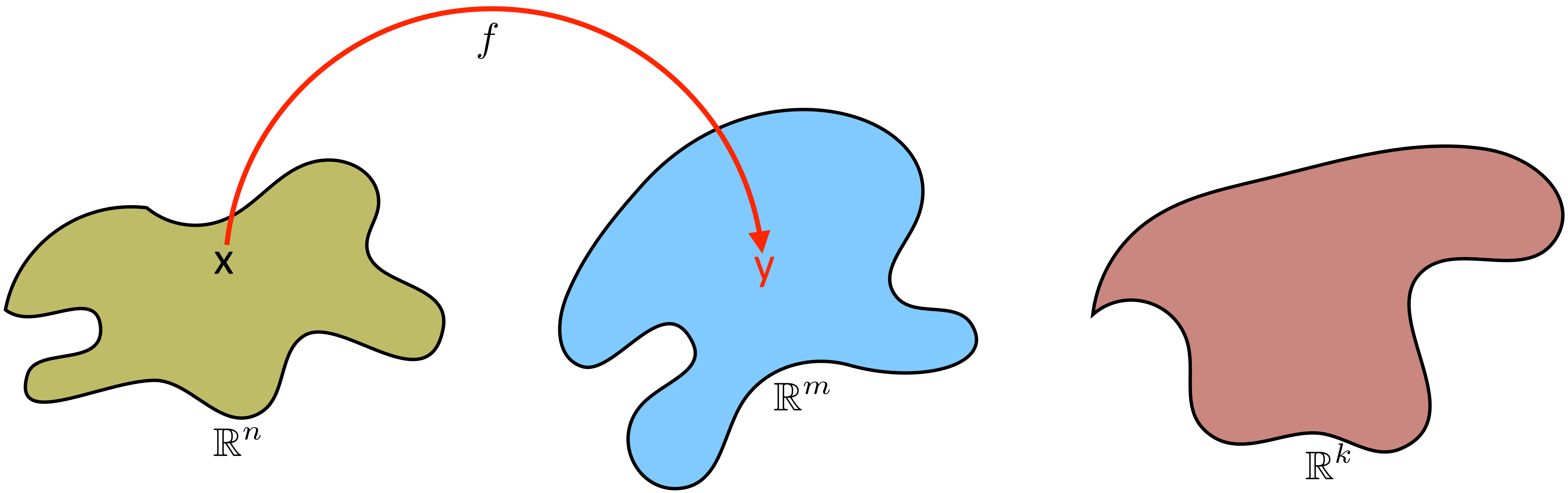
$(g \circ f)(x) := g(f(x))$



Composition d'applications linéaires

$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), \quad g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k)$

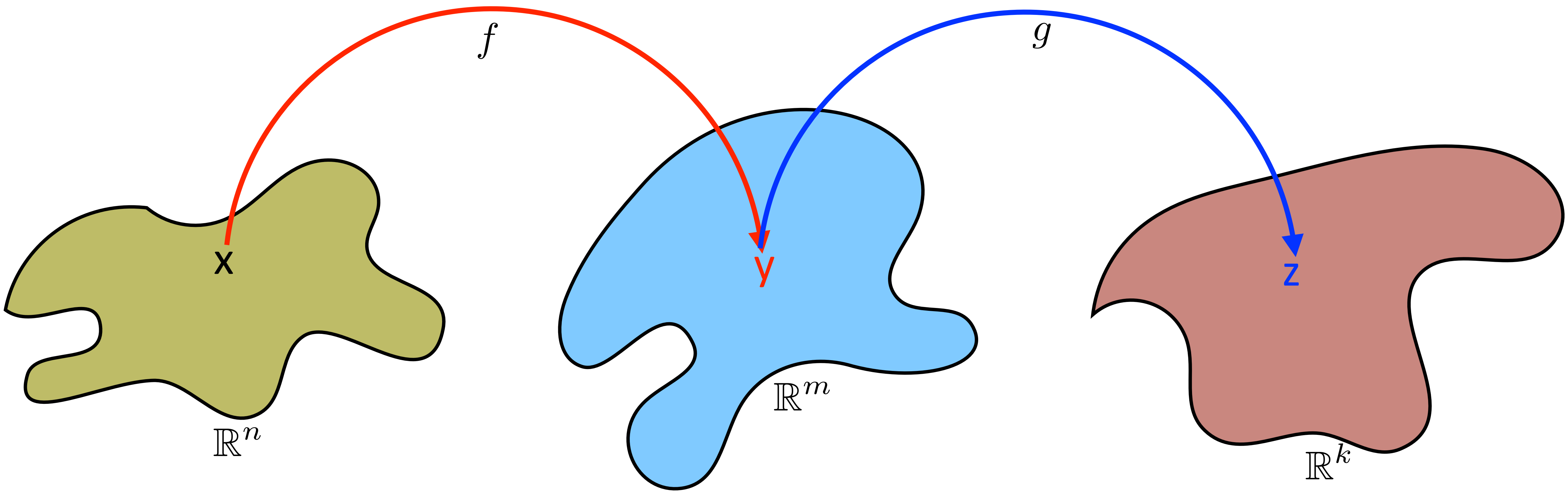
La composition de *f* et *g*, notée par $g \circ f$ est l'application de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^k$ définie par
$(g \circ f)(x) := g(f(x))$



Composition d'applications linéaires

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), \quad g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k)$$

La composition de *f* et *g*, notée par $g \circ f$ est l'application de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^k$ définie par
$(g \circ f)(x) := g(f(x))$

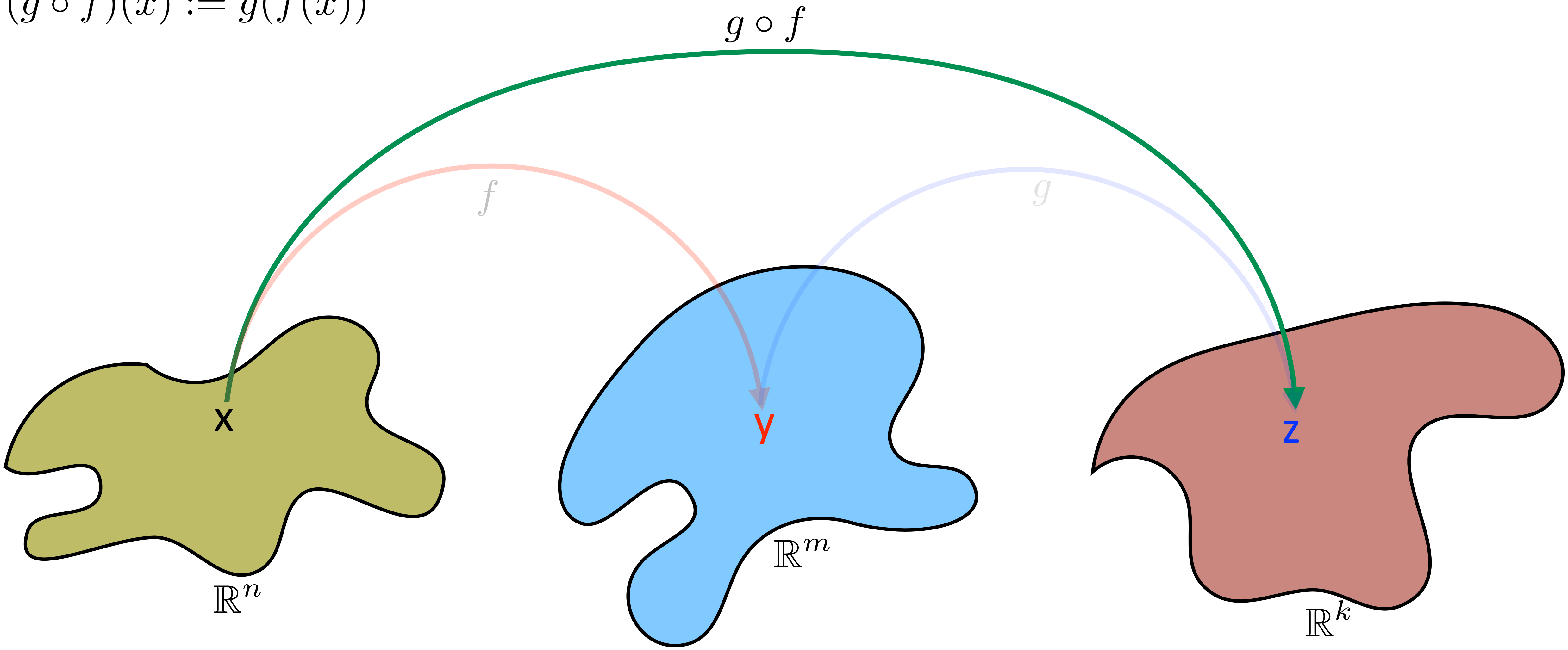


Composition d'applications linéaires

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), \quad g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k)$$

La composition de *f* et *g*, notée par $g \circ f$ est l'application de $\mathbb{R}^n$ à $\mathbb{R}^k$ définie par

$$(g \circ f)(x) := g(f(x))$$



Linéarité

Linéarité

Si f et g sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

Linéarité

Si f et g sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité

Si *f* et *g* sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

Linéarité

Si *f* et *g* sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x + y)$$

Linéarité

Si *f* et *g* sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x + y) = g(f(x + y))$$

Définition de la composition

Linéarité

Si *f* et *g* sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x+y) = g(f(x+y))$$

Définition de la composition

$$= g(f(x) + f(y))$$

Linéarité de *f*

Linéarité

Si f et g sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x+y) = g(f(x+y))$$ Définition de la composition

$$= g(f(x) + f(y))$$ Linéarité de f

$$= g(f(x)) + g(f(y))$$ Linéarité de g

Linéarité

Si *f* et *g* sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x+y) = g(f(x+y))$$ Définition de la composition

$$= g(f(x) + f(y))$$ Linéarité de *f*

$$= g(f(x)) + g(f(y))$$ Linéarité de *g*

$$= (g \circ f)(x) + (g \circ f)(y)$$ Définition de la composition

Linéarité

Si f et g sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x + y) = (g \circ f)(x) + (g \circ f)(y)$$

Linéarité

Si f et g sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x + y) = (g \circ f)(x) + (g \circ f)(y)$$

Linéarité par rapport à la multiplication scalaire

Linéarité

Si f et g sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x + y) = (g \circ f)(x) + (g \circ f)(y)$$

Linéarité par rapport à la multiplication scalaire

$$(g \circ f)(cx)$$

Linéarité

Si *f* et *g* sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x+y) = (g \circ f)(x) + (g \circ f)(y)$$

Linéarité par rapport à la multiplication scalaire

$$(g \circ f)(cx) = g(f(cx))$$

Définition de la composition

Linéarité

Si f et g sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x + y) = (g \circ f)(x) + (g \circ f)(y)$$

Linéarité par rapport à la multiplication scalaire

$$(g \circ f)(cx) = g(f(cx))$$ Définition de la composition

$$= g(cf(x))$$ Linéarité de f

Linéarité

Si *f* et *g* sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x + y) = (g \circ f)(x) + (g \circ f)(y)$$

Linéarité par rapport à la multiplication scalaire

$$(g \circ f)(cx) = g(f(cx))$$ Définition de la composition

$$= g(cf(x))$$ Linéarité de *f*

$$= cg(f(x))$$ Linéarité de *g*

Linéarité

Si f et g sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x + y) = (g \circ f)(x) + (g \circ f)(y)$$

Linéarité par rapport à la multiplication scalaire

$$\begin{aligned} (g \circ f)(cx) &= g(f(cx)) && \text{Définition de la composition} \\ &= g(cf(x)) && \text{Linéarité de } f \\ &= cg(f(x)) && \text{Linéarité de } g \\ &= c(g \circ f)(x) \end{aligned}$$

Définition de la composition

algolma laboratoire d'algorithmique laboratoire de mathématiques algorithmique

Linéarité

Si f et g sont linéaires, alors $g \circ f$ est aussi linéaire.

$$f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m), g \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^m, \mathbb{R}^k) \implies (g \circ f) \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^k)$$

La langue des mathématiciens!

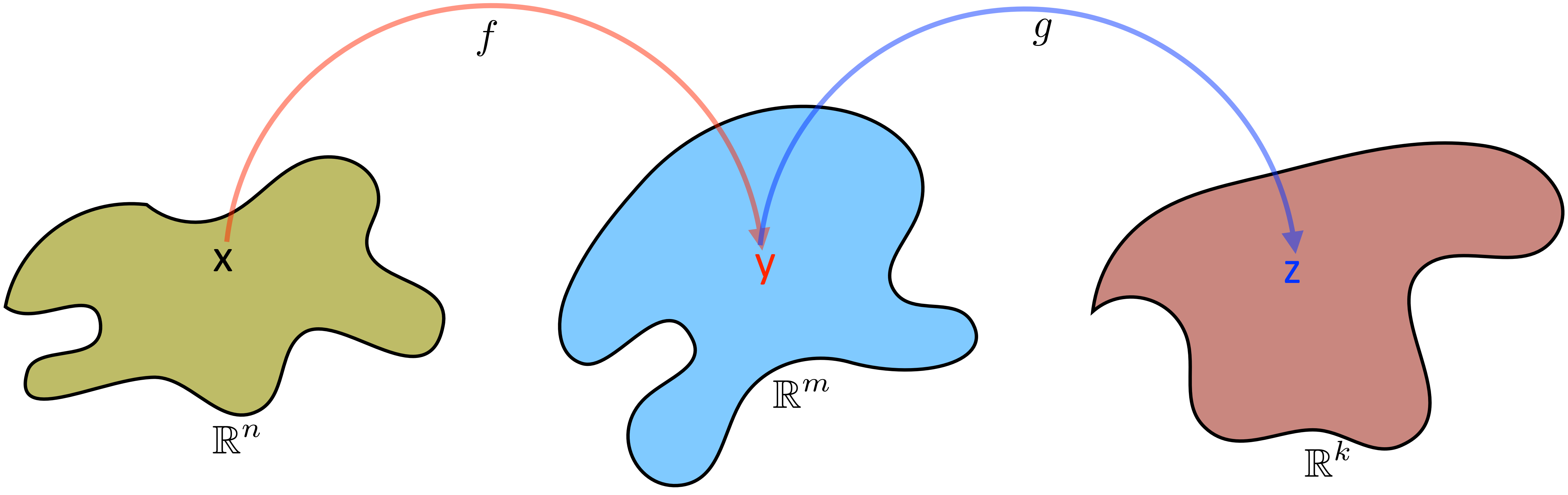
Linéarité par rapport à l'addition

$$(g \circ f)(x + y) = (g \circ f)(x) + (g \circ f)(y)$$

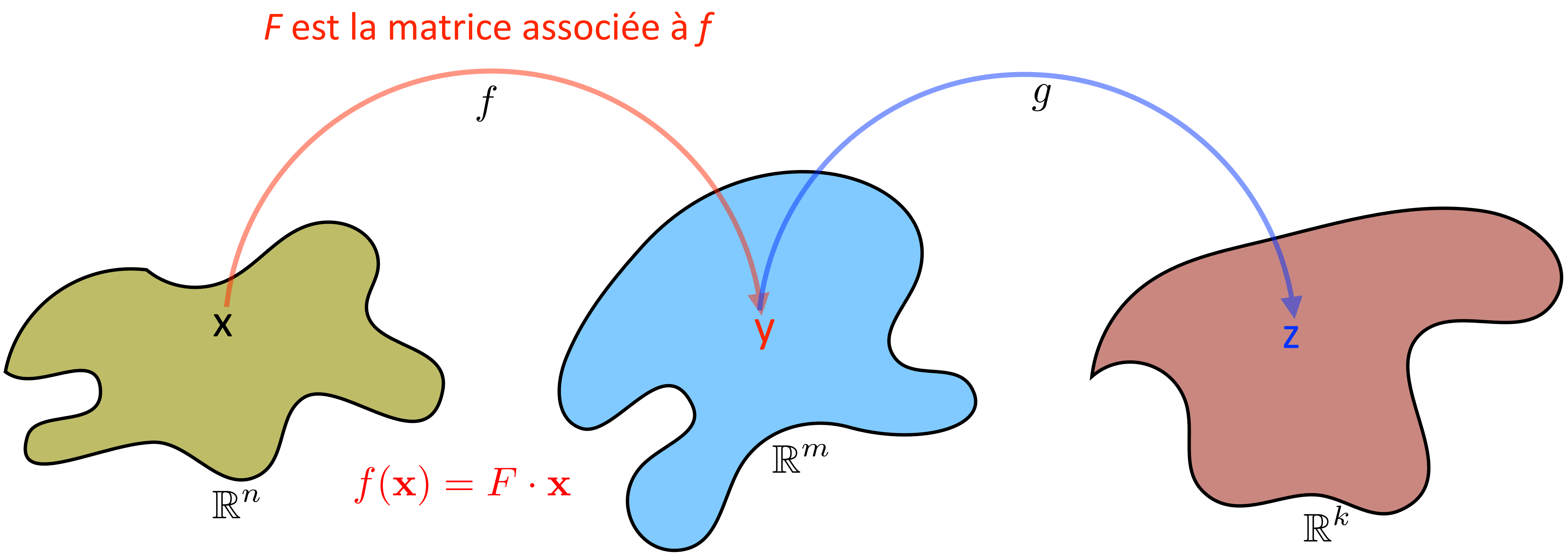
Linéarité par rapport à la multiplication scalaire

$$(g \circ f)(cx) = c(g \circ f)(x)$$

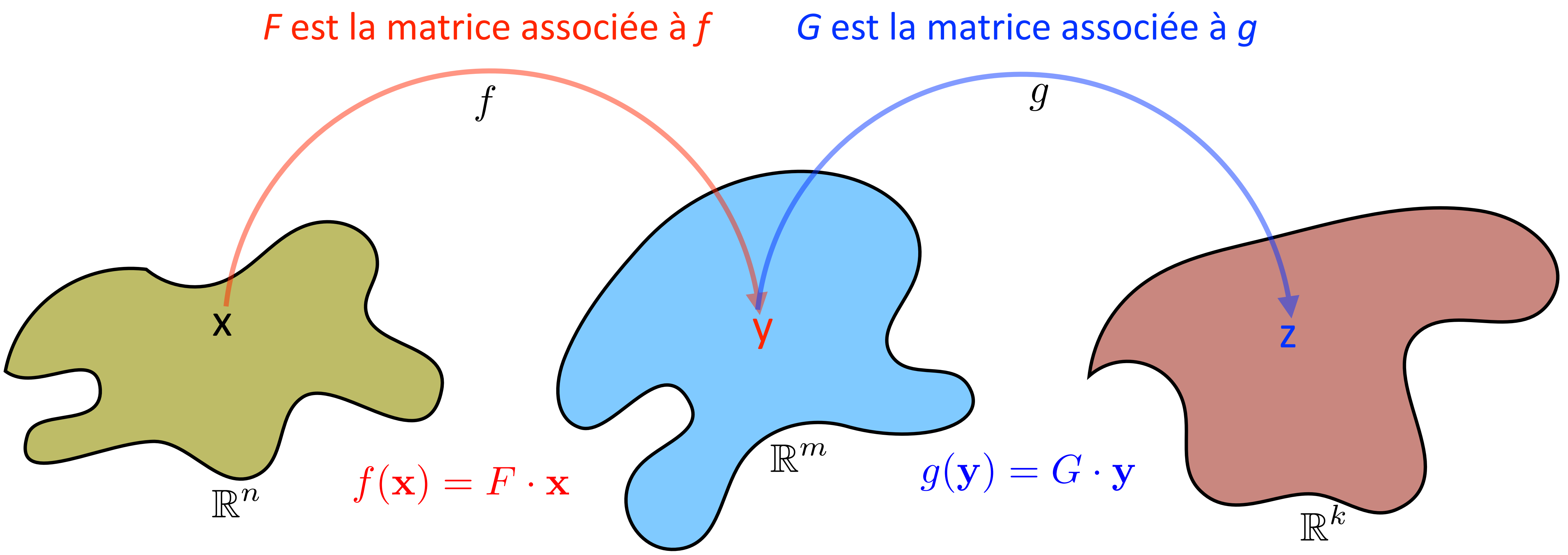
Matrice associée



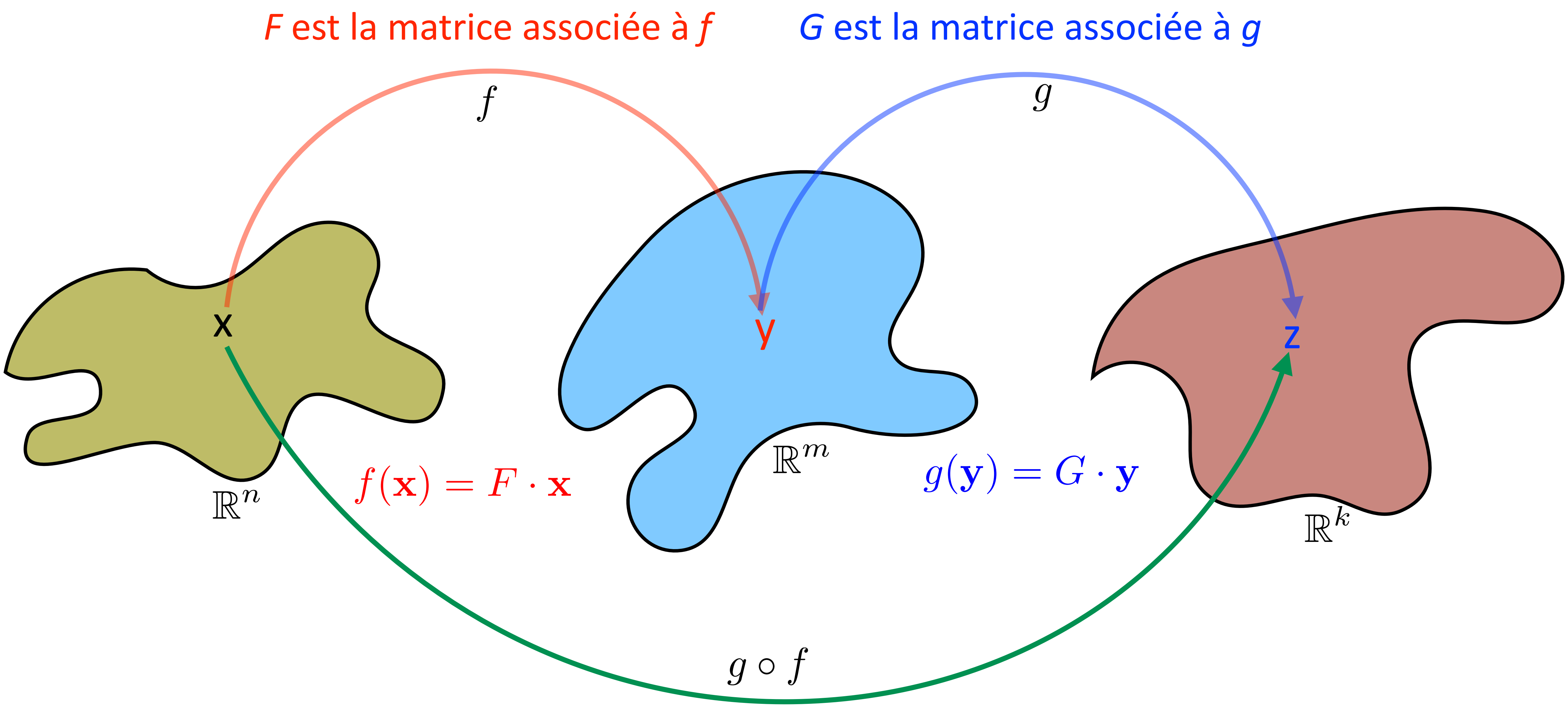
Matrice associée



Matrice associée



Matrice associée



$$(g \circ f)(\mathbf{x}) = H \cdot \mathbf{x}, \quad H = ?$$

Comment calculer la matrice associée à $g \circ f$

Matrice associée

Application	f	g	$g \circ f$
Matrice associée	F	G	H

Matrice associée

Application	f	g	$g \circ f$
Matrice associée	F	G	H

Trouver une description de H par rapport à F et G

Matrice associée

Application	f	g	$g \circ f$
Matrice associée	F	G	H

Trouver une description de *H* par rapport à *F* et *G*

Les colonnes de *H* sont $(g \circ f)(\mathbf{e}_1), (g \circ f)(\mathbf{e}_2), \ldots, (g \circ f)(\mathbf{e}_n)$

Les colonnes de la matrice associée à *f* sont des vecteurs $f(\mathbf{e}_1), f(\mathbf{e}_2), \ldots, f(\mathbf{e}_n)$ où

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} n \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Matrice associée

Application	f	g	$g \circ f$
Matrice associée	F	G	H

Trouver une description de *H* par rapport à *F* et *G*

Les colonnes de la matrice associée à *f* sont des vecteurs $f(\mathbf{e}_1), f(\mathbf{e}_2), \ldots, f(\mathbf{e}_n)$ où

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \updownarrow n \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les colonnes de *H* sont $(g \circ f)(\mathbf{e}_1), (g \circ f)(\mathbf{e}_2), \ldots, (g \circ f)(\mathbf{e}_n)$

Définition de la composition $= g(f(\mathbf{e}_1)), g(f(\mathbf{e}_2)), \ldots, g(f(\mathbf{e}_n))$

Matrice associée

Application	f	g	$g \circ f$
Matrice associée	F	G	H

Trouver une description de *H* par rapport à *F* et *G*

Les colonnes de la matrice associée à *f* sont des vecteurs $f(\mathbf{e}_1), f(\mathbf{e}_2), \ldots, f(\mathbf{e}_n)$ où

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} n \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les colonnes de *H* sont $(g \circ f)(\mathbf{e}_1), (g \circ f)(\mathbf{e}_2), \ldots, (g \circ f)(\mathbf{e}_n)$

Définition de la composition $= g(f(\mathbf{e}_1)), g(f(\mathbf{e}_2)), \ldots, g(f(\mathbf{e}_n))$

Définition de la matrice associée $= G \cdot f(\mathbf{e}_1), G \cdot f(\mathbf{e}_2), \ldots, G \cdot f(\mathbf{e}_n)$

Matrice associée

Application	f	g	$g \circ f$
Matrice associée	F	G	H

Trouver une description de *H* par rapport à *F* et *G*

Les colonnes de la matrice associée à *f* sont des vecteurs $f(\mathbf{e}_1), f(\mathbf{e}_2), \ldots, f(\mathbf{e}_n)$ où

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} n \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les colonnes de *H* sont $(g \circ f)(\mathbf{e}_1), (g \circ f)(\mathbf{e}_2), \ldots, (g \circ f)(\mathbf{e}_n)$

Définition de la composition $= g(f(\mathbf{e}_1)), g(f(\mathbf{e}_2)), \ldots, g(f(\mathbf{e}_n))$

Définition de la matrice associée $= G \cdot f(\mathbf{e}_1), G \cdot f(\mathbf{e}_2), \ldots, G \cdot f(\mathbf{e}_n)$

première colonne de *F*

Matrice associée

Application	f	g	$g \circ f$
Matrice associée	F	G	H

Trouver une description de *H* par rapport à *F* et *G*

Les colonnes de la matrice associée à f sont des vecteurs $f(\mathbf{e}_1), f(\mathbf{e}_2), \ldots, f(\mathbf{e}_n)$ où

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les colonnes de *H* sont $(g \circ f)(\mathbf{e}_1), (g \circ f)(\mathbf{e}_2), \ldots, (g \circ f)(\mathbf{e}_n)$

Définition de la composition $= g(f(\mathbf{e}_1)), g(f(\mathbf{e}_2)), \ldots, g(f(\mathbf{e}_n))$

Définition de la matrice associée $= G \cdot f(\mathbf{e}_1), G \cdot f(\mathbf{e}_2), \ldots, G \cdot f(\mathbf{e}_n)$

première colonne de *F*

deuxième colonne de *F*

Matrice associée

Application	f	g	$g \circ f$
Matrice associée	F	G	H

Trouver une description de *H* par rapport à *F* et *G*

Les colonnes de la matrice associée à *f* sont des vecteurs $f(\mathbf{e}_1), f(\mathbf{e}_2), \ldots, f(\mathbf{e}_n)$ où

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} n \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les colonnes de *H* sont $(g \circ f)(\mathbf{e}_1), (g \circ f)(\mathbf{e}_2), \ldots, (g \circ f)(\mathbf{e}_n)$

Définition de la composition $= g(f(\mathbf{e}_1)), g(f(\mathbf{e}_2)), \ldots, g(f(\mathbf{e}_n))$

Définition de la matrice associée $= G \cdot f(\mathbf{e}_1), G \cdot f(\mathbf{e}_2), \ldots, G \cdot f(\mathbf{e}_n)$

première colonne de *F*

deuxième colonne de *F*

Colonne *n* de *F*

Matrice associée

Application	f	g	$g \circ f$
Matrice associée	F	G	H

Trouver une description de *H* par rapport à *F* et *G*

Matrice associée

Application	f	g	$g \circ f$
Matrice associée	F	G	H

Trouver une description de H par rapport à F et G

$H = (G \cdot F_1 \quad G \cdot F_2 \quad \cdots G \cdot F_n)$ où F_1, F_2, …, F_n sont des colonnes de F

Multiplication matricielle

Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

Multiplication matricielle

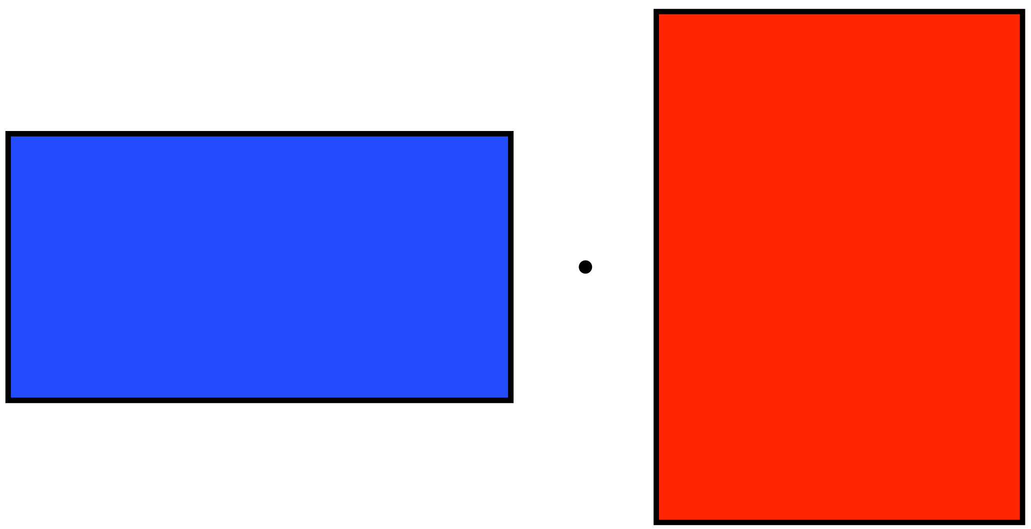
Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$

Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

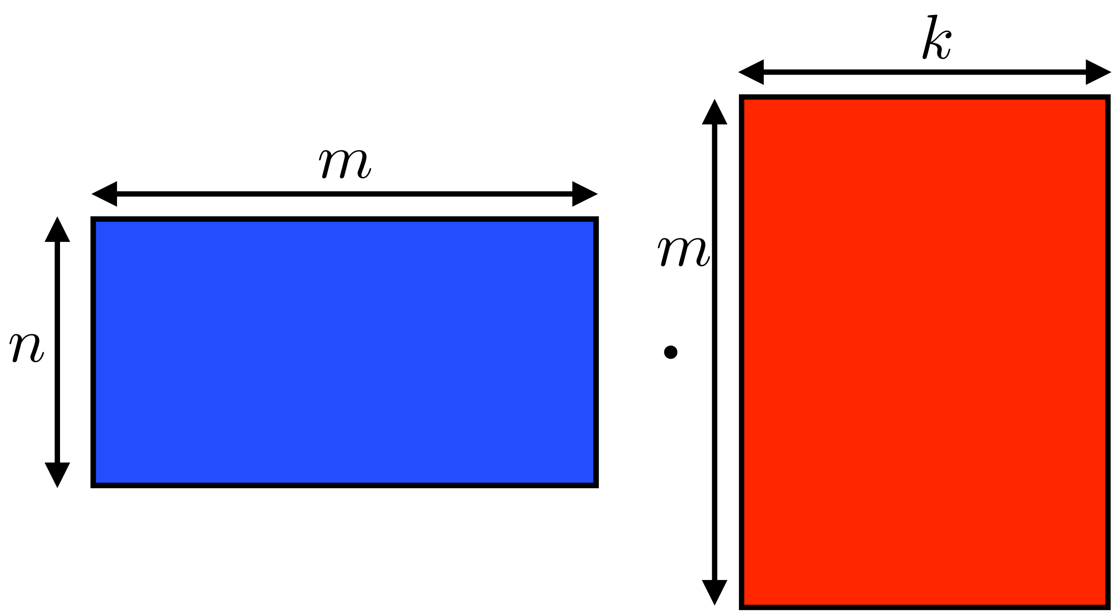
$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$



Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

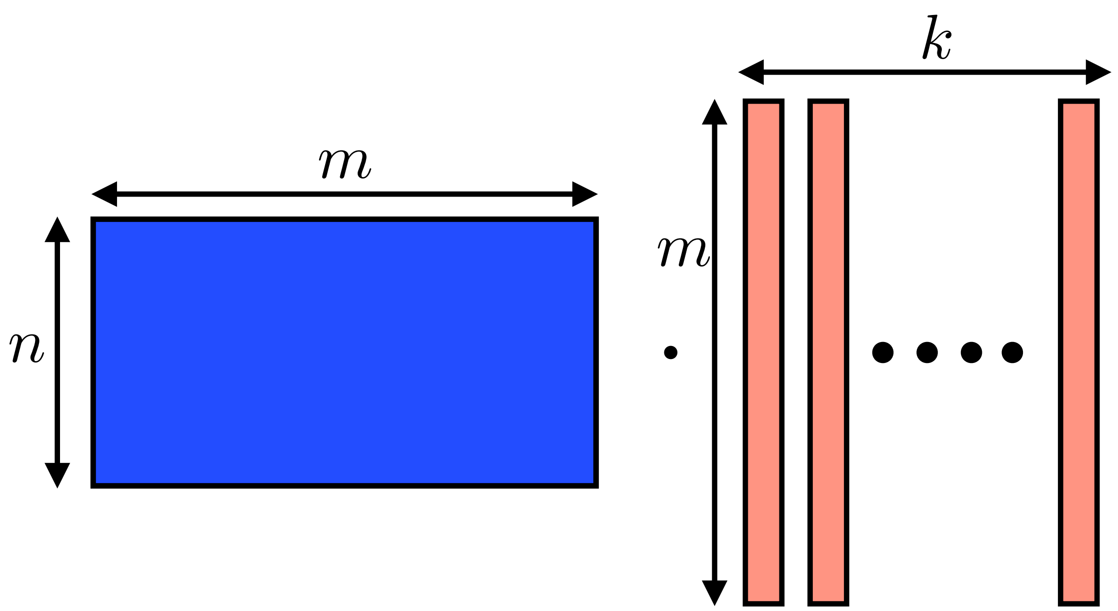
$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$



Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \dots, A\mathbf{b}_k$

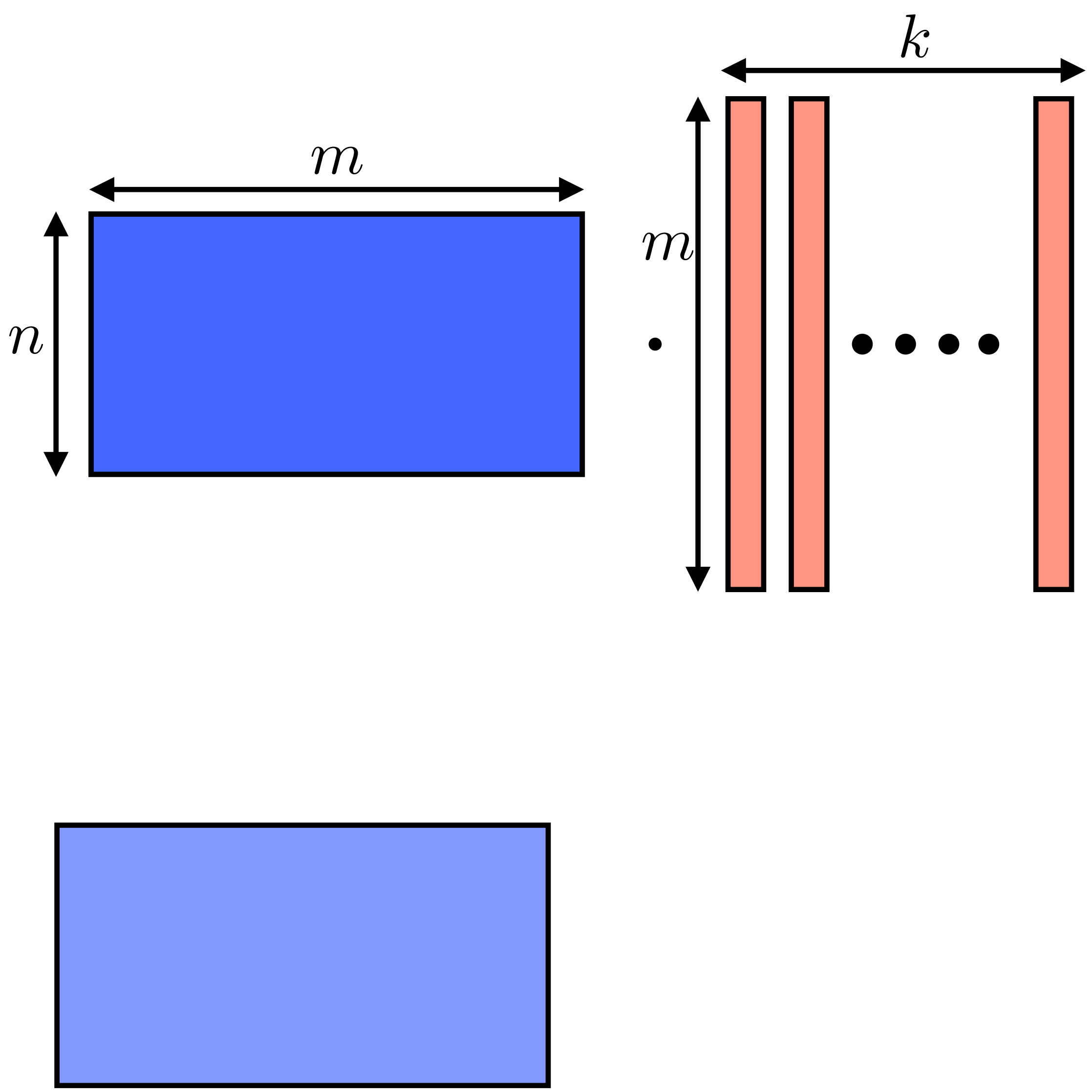
$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$



Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$

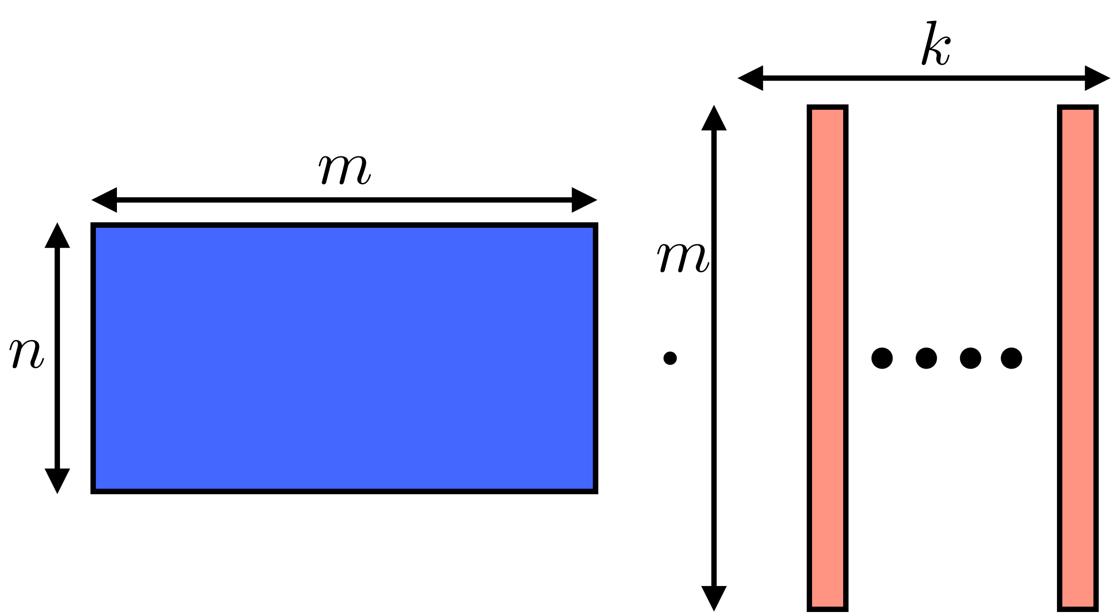


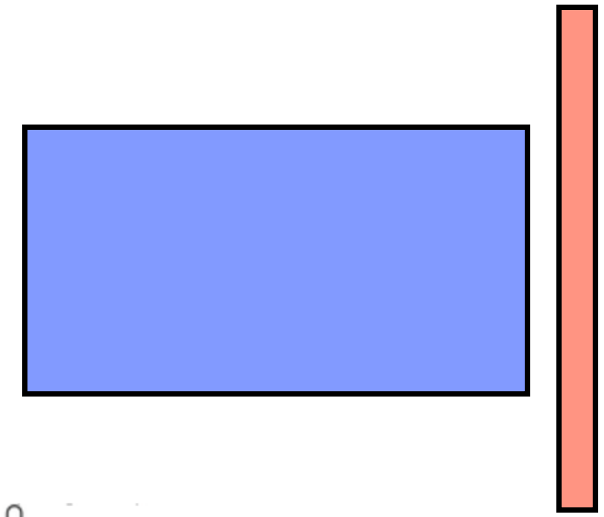
Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.

La <u>*multiplication*</u> de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$

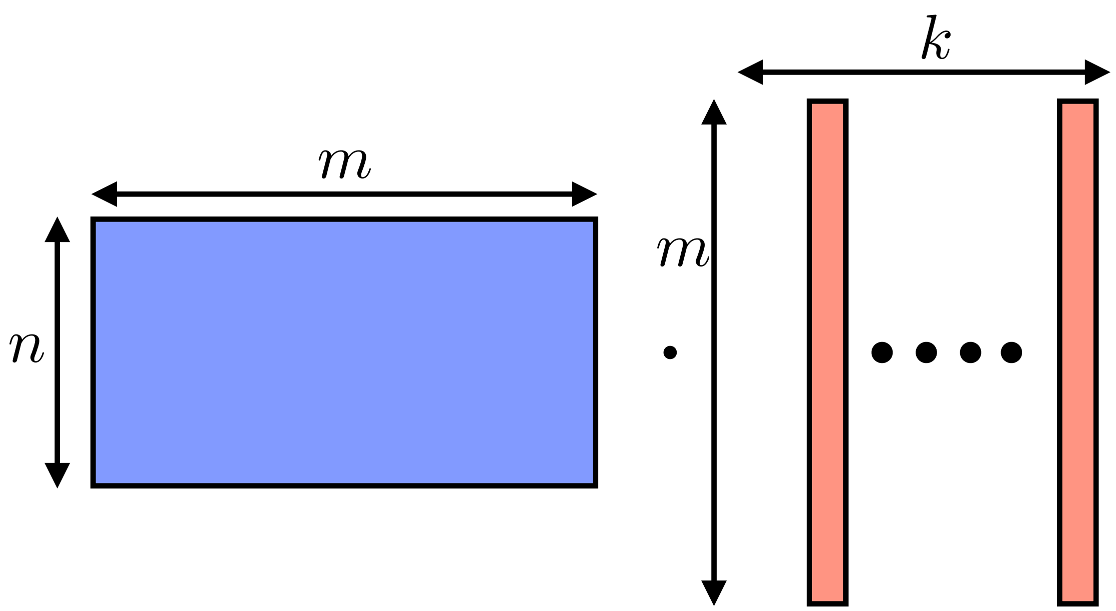


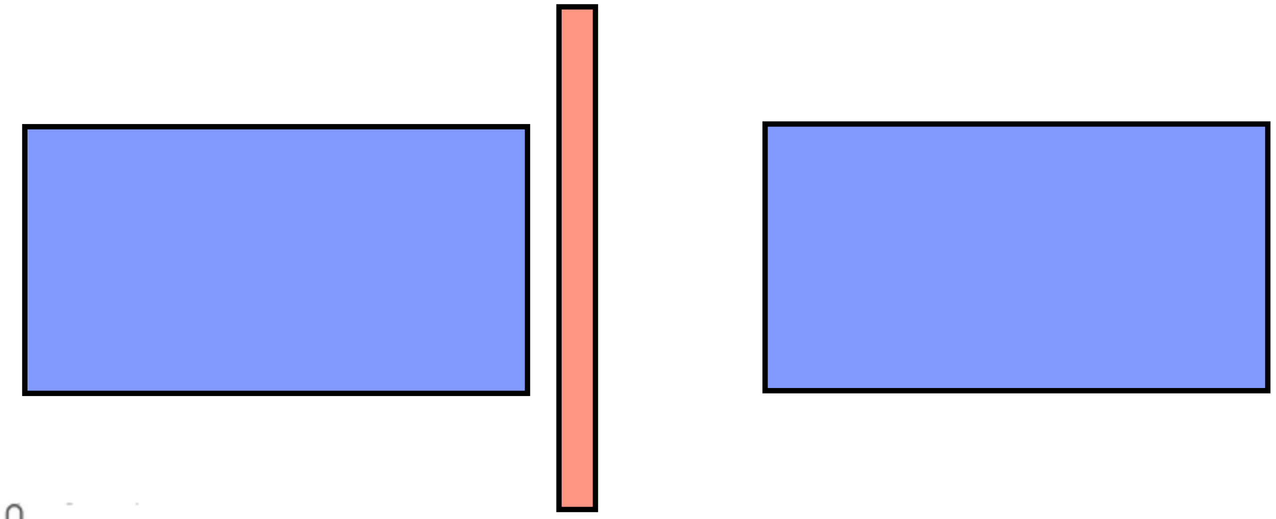


Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$

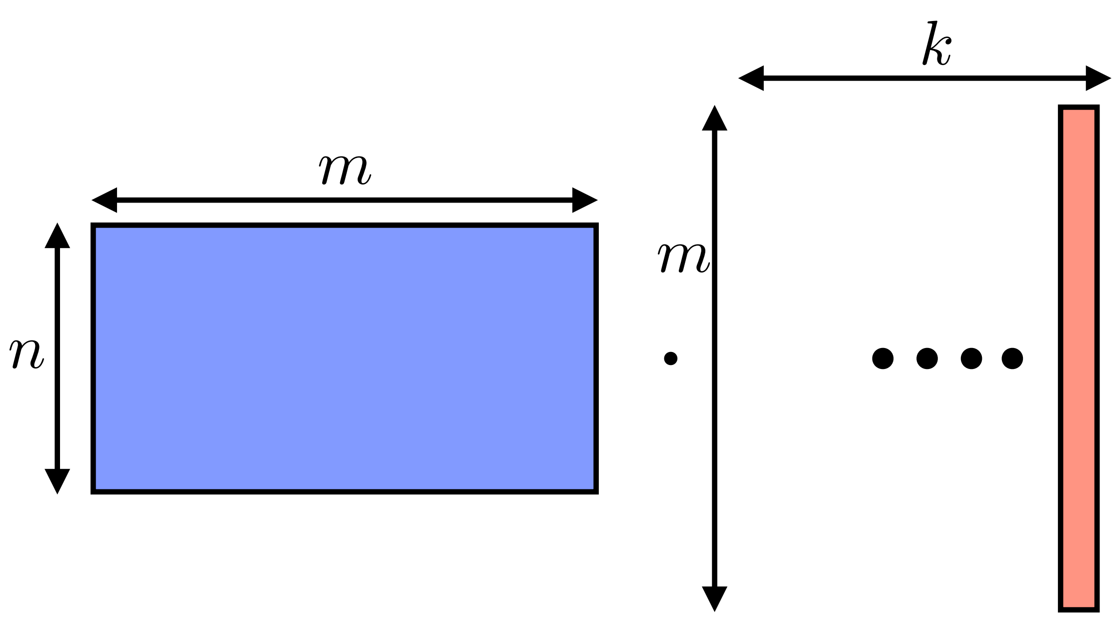


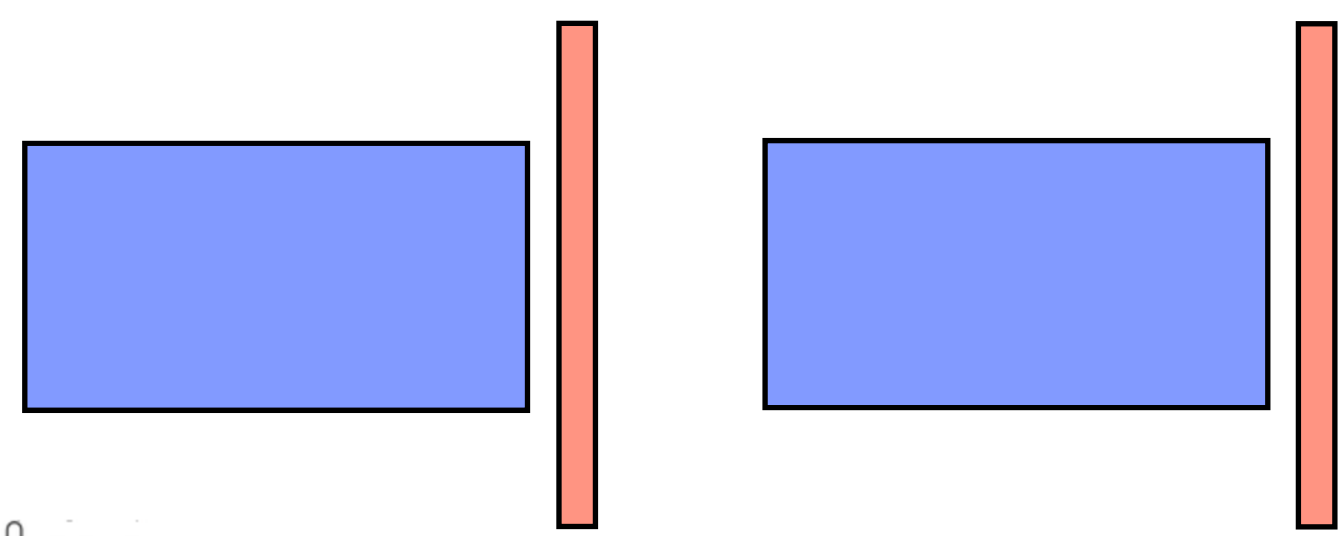


Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \dots, A\mathbf{b}_k$

$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$

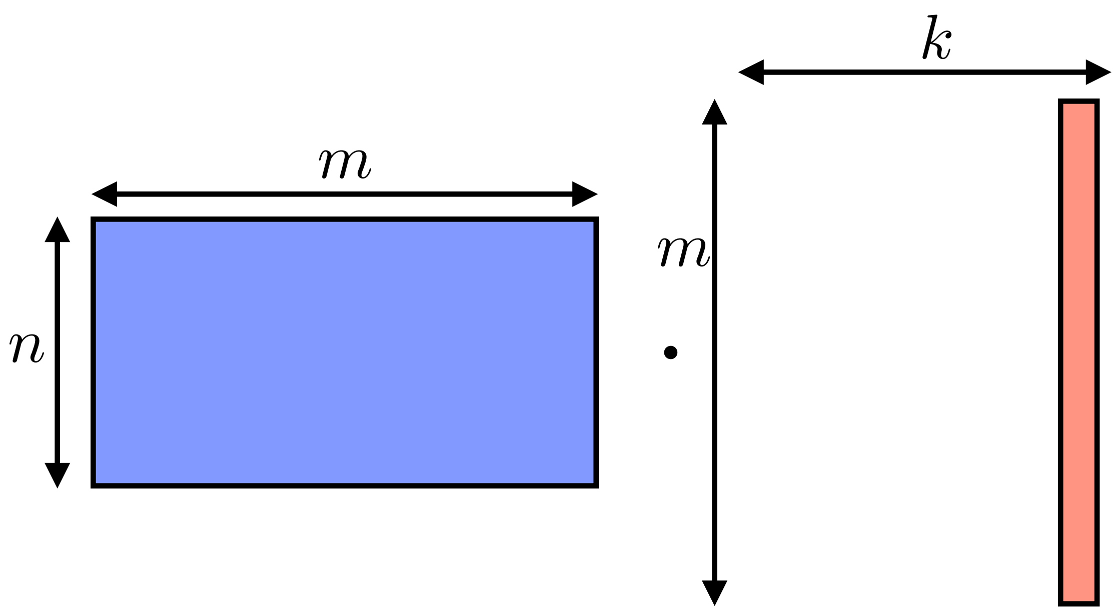


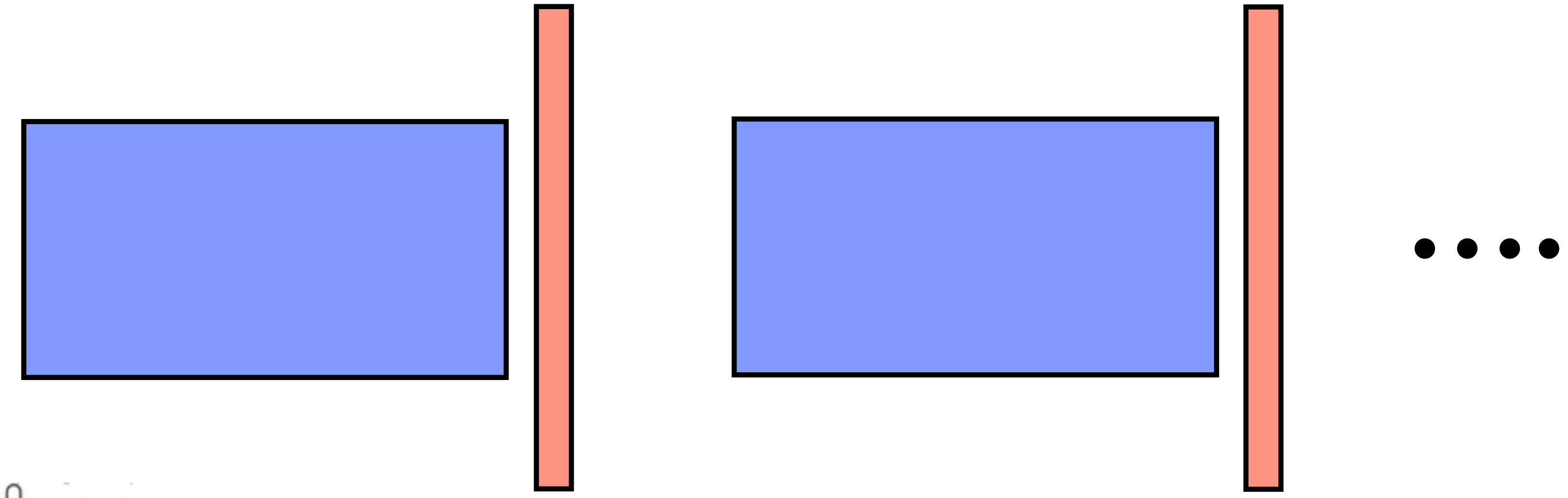


Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$

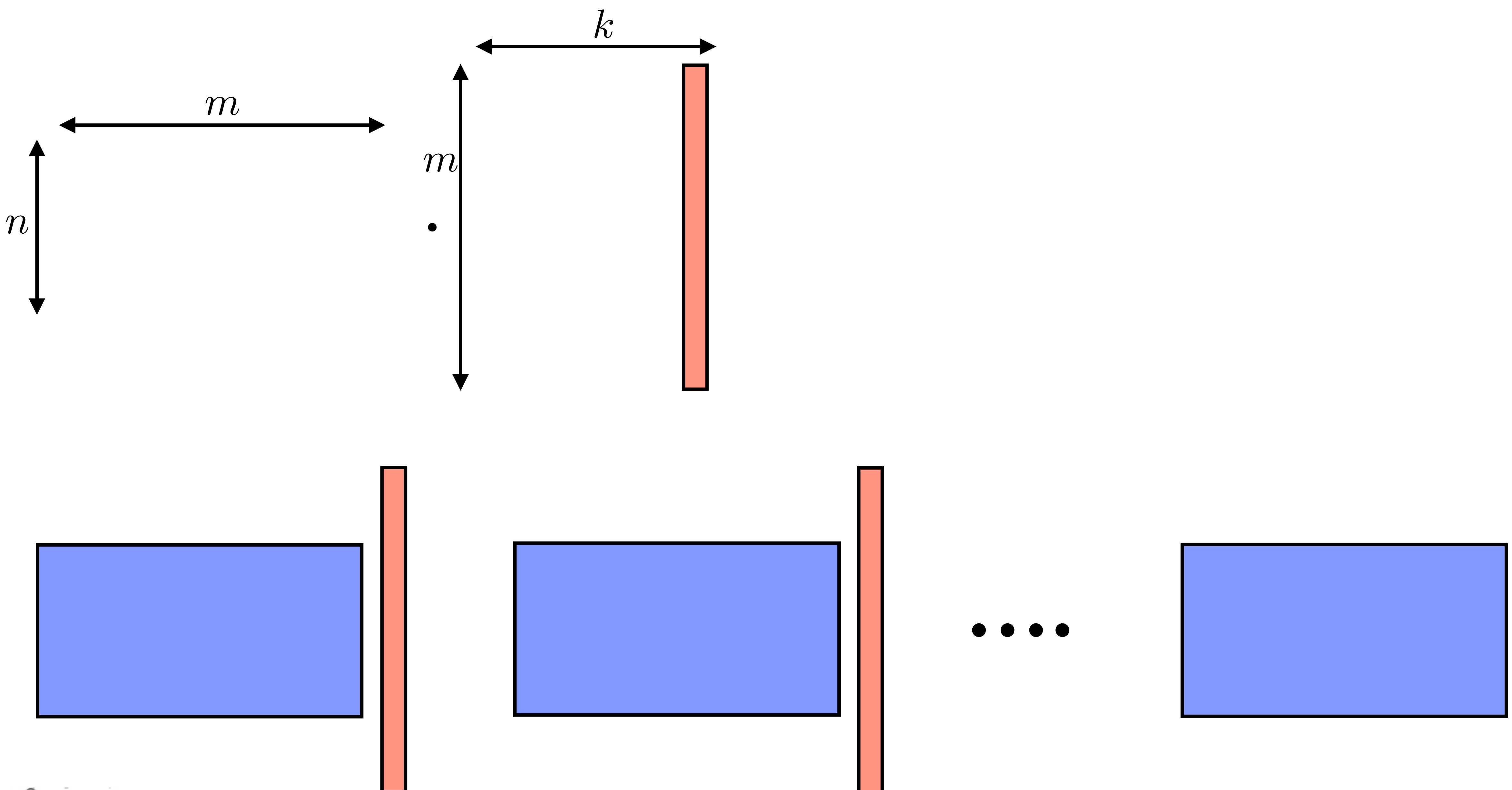




Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

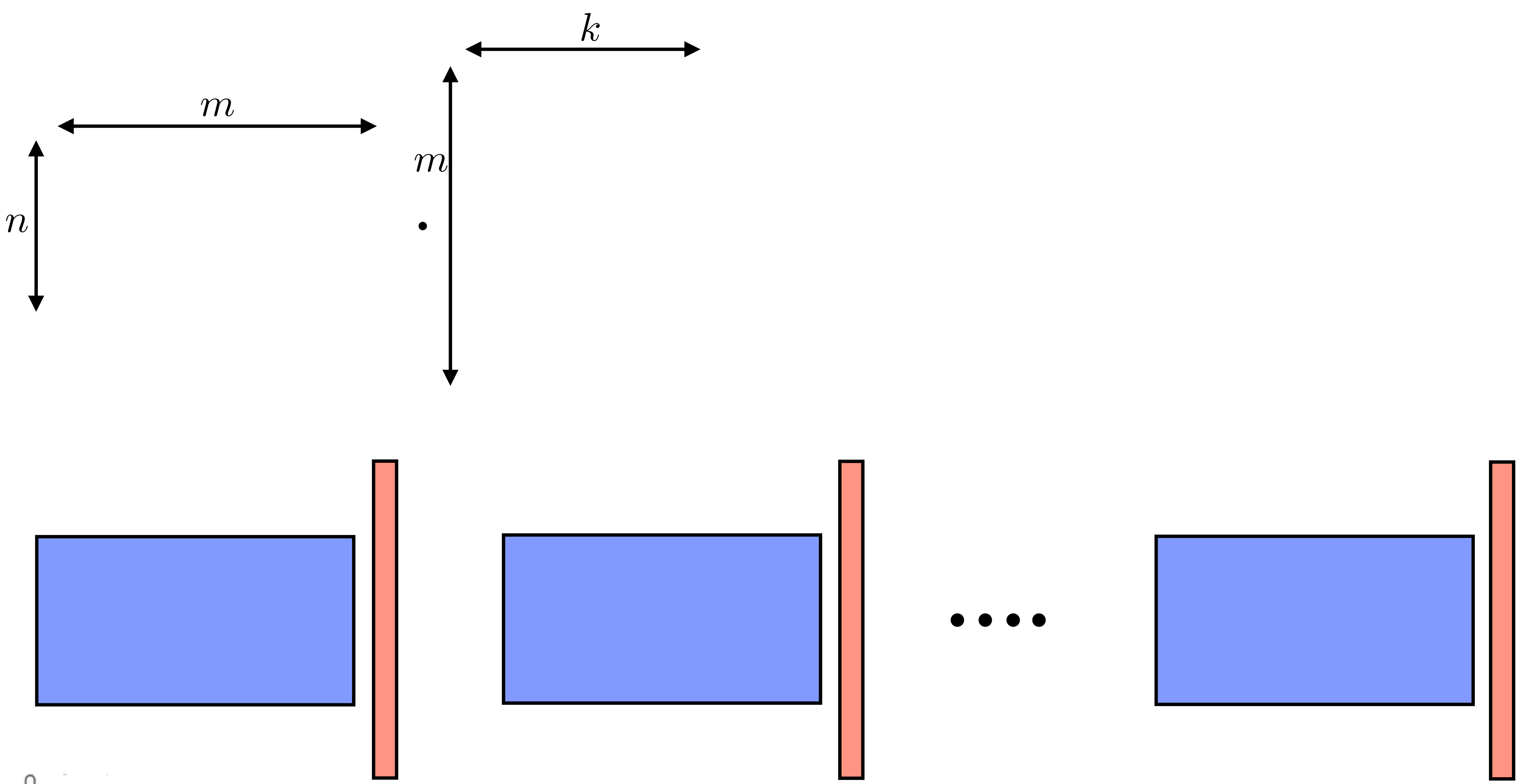
$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$



Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m\times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.
La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$

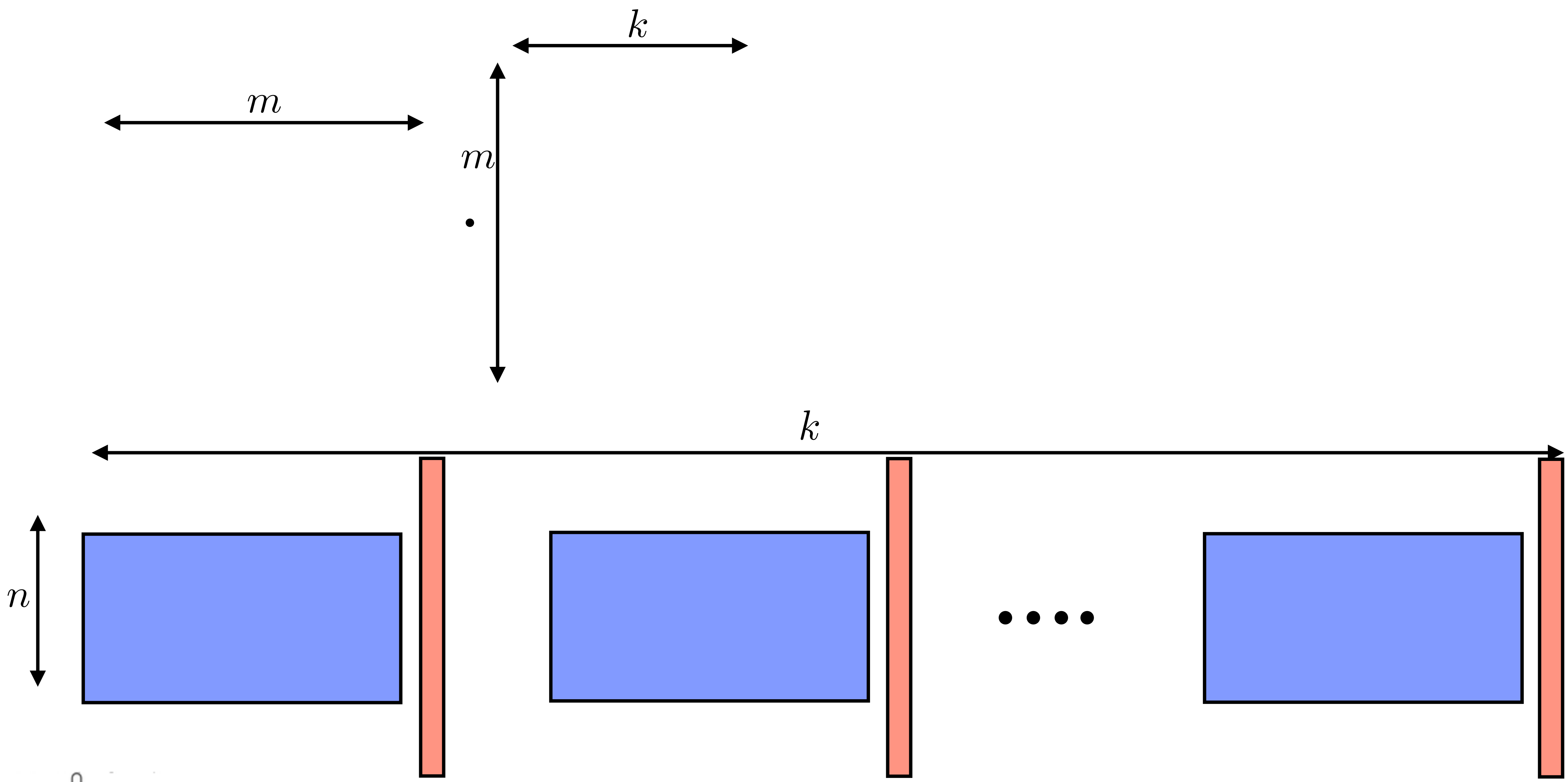


Multiplication matricielle

Soient $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ et $B \in \mathbb{R}^{m \times k}$ une matrice dont les colonnes sont $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_k$.

La *multiplication* de *A* et *B* est la matrice *C* dont les colonnes sont $A\mathbf{b}_1, \ldots, A\mathbf{b}_k$

$$A \cdot B = A \cdot (\mathbf{b}_1 \mid \mathbf{b}_2 \mid \cdots \mathbf{b}_k) = (A\mathbf{b}_1 \mid A\mathbf{b}_2 \mid \cdots \mid A\mathbf{b}_k)$$



Exemple

Exemple

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Exemple

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \left(\qquad \cdot \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \qquad \cdot \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \right)$$

Exemple

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \left(\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \;\vdots\; \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

Exemple

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \left(\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \;\vdots\; \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$= \begin{pmatrix} 11 & -15 \\ 6 & -5 \\ 3 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \quad & \quad \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} \boxed{5} & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boxed{2} & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + & \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & \boxed{1} & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ \boxed{1} & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + 1 \times 1 + & \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & \boxed{-2} \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ \boxed{0} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + 1 \times 1 + -2 \times 0 & \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} \boxed{5} & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & \boxed{-2} \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + 1 \times 1 + -2 \times 0 & 5 \times -2 + \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & \boxed{1} & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & \boxed{-3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + 1 \times 1 + -2 \times 0 & 5 \times -2 + 1 \times -3 + \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & \boxed{-2} \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + 1 \times 1 + -2 \times 0 & 5 \times -2 + 1 \times -3 + -2 \times 1 \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ \boxed{3} & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boxed{2} & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + 1 \times 1 + -2 \times 0 & 5 \times -2 + 1 \times -3 + -2 \times 1 \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & \boxed{1} \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ \boxed{0} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + 1 \times 1 + -2 \times 0 & 5 \times -2 + 1 \times -3 + -2 \times 1 \\ 3 \times 2 + 0 \times 1 + 1 \times 0 & \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ \boxed{3} & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & \boxed{-2} \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + 1 \times 1 + -2 \times 0 & 5 \times -2 + 1 \times -3 + -2 \times 1 \\ 3 \times 2 + 0 \times 1 + 1 \times 0 & \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & \boxed{1} \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + 1 \times 1 + -2 \times 0 & 5 \times -2 + 1 \times -3 + -2 \times 1 \\ 3 \times 2 + 0 \times 1 + 1 \times 0 & 3 \times -2 + 0 \times -3 + 1 \times 1 \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Multiplication matricielle

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \times 2 + 1 \times 1 + -2 \times 0 & 5 \times -2 + 1 \times -3 + -2 \times 1 \\ 3 \times 2 + 0 \times 1 + 1 \times 0 & 3 \times -2 + 0 \times -3 + 1 \times 1 \\ 2 \times 2 + -1 \times 1 + -1 \times 0 & 2 \times -2 + -1 \times -3 + -1 \times 1 \\ 1 \times 2 + 1 \times 1 + 0 \times 0 & 1 \times -2 + 1 \times -3 + 0 \times 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 11 & -15 \\ 6 & -5 \\ 3 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

Question de format

AB est définie si et seulement si le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B

Question de format

AB est définie si et seulement si le nombre de colonnes de *A* est égal au nombre de lignes de *B*

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Question de format

AB est définie si et seulement si le nombre de colonnes de *A* est égal au nombre de lignes de *B*

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Question de format

AB est définie si et seulement si le nombre de colonnes de A est égal au nombre de lignes de B

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Question de format

AB est définie si et seulement si le nombre de colonnes de *A* est égal au nombre de lignes de *B*

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Même si *AB* est définie, *BA* n'est pas forcément définie

Question de format

AB est définie si et seulement si le nombre de colonnes de *A* est égal au nombre de lignes de *B*

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Même si *AB* est définie, *BA* n'est pas forcément définie

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Question de format

AB est définie si et seulement si le nombre de colonnes de *A* est égal au nombre de lignes de *B*

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Même si *AB* est définie, *BA* n'est pas forcément définie

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Attention!

Même si AB et BA sont les deux définies, elle ne sont pas forcément égale

Attention!

Même si AB et BA sont les deux définies, elle ne sont pas forcément égale

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Attention!

Même si *AB* et *BA* sont les deux définies, elle ne sont pas forcément égale

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

Attention!

Même si *AB* et *BA* sont les deux définies, elle ne sont pas forcément égale

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

AB peut être la matrice nulle même si ni *A* et ni *B* ne sont nulles

Attention!

Même si AB et BA sont les deux définies, elle ne sont pas forcément égale

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

AB peut être la matrice nulle même si ni A et ni B ne sont nulles

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Une formule pour la multiplication matricielle

$A \in \mathbb{R}^{n \times m}, B \in \mathbb{R}^{m \times k}$

Soit a_{ij} la composante de A á la position (i, j)

Soit $b_{j\ell}$ la composante de B á la position (j, ℓ)

Soit $C := AB$

La composante de C á la position (i, ℓ) et égale á $\displaystyle\sum_{j=1}^{m} a_{ij} b_{j\ell}$

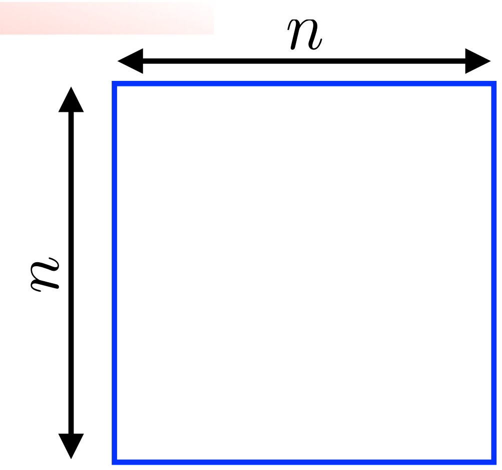
Quelques types de matrices

Quelques types de matrices

Une matrice avec le même nombre de lignes que de colonnes et appelée une *matrice carrée*. Dans ce cas, le nombre de lignes de *A* est appelé *la taille* de A.

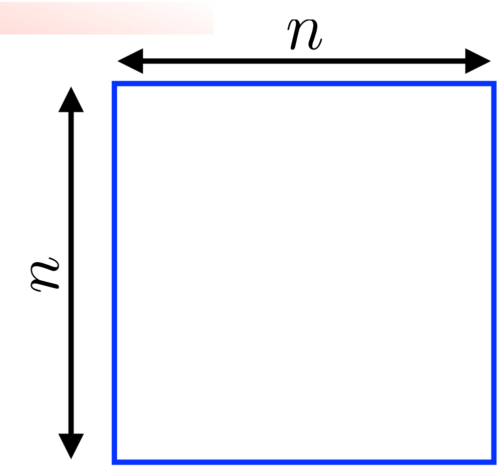
Quelques types de matrices

Une matrice avec le même nombre de lignes que de colonnes et appelée une *matrice carrée*. Dans ce cas, le nombre de lignes de *A* est appelé *la taille* de A.



Quelques types de matrices

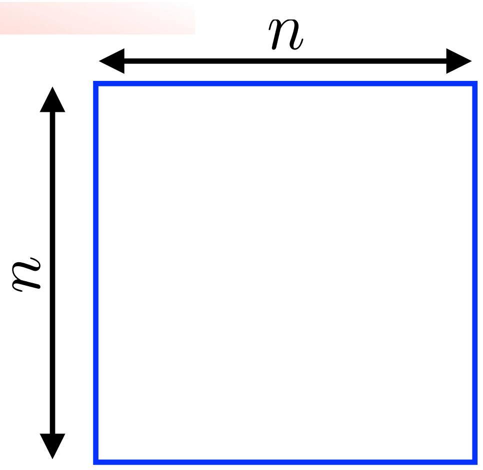
Une matrice avec le même nombre de lignes que de colonnes et appelée une *matrice carrée*. Dans ce cas, le nombre de lignes de *A* est appelé *la taille* de A.



La matrice du format *m* x *n* dont les éléments sont tous nuls est appelée la *matrice nulle* ou la *matrice* 0, et est notée par 0_{mxn} ou simplement 0

Quelques types de matrices

Une matrice avec le même nombre de lignes que de colonnes et appelée une ***matrice carrée***. Dans ce cas, le nombre de lignes de *A* est appelé ***la taille*** de A.

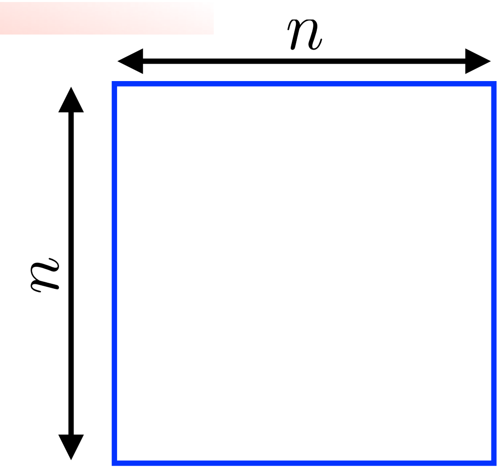


La matrice du format m x n dont les éléments sont tous nuls est appelée la ***matrice nulle*** ou la *matrice* 0, et est notée par 0_{mxn} ou simplement 0

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Quelques types de matrices

Une matrice avec le même nombre de lignes que de colonnes et appelée une *matrice carrée*. Dans ce cas, le nombre de lignes de *A* est appelé *la taille* de A.



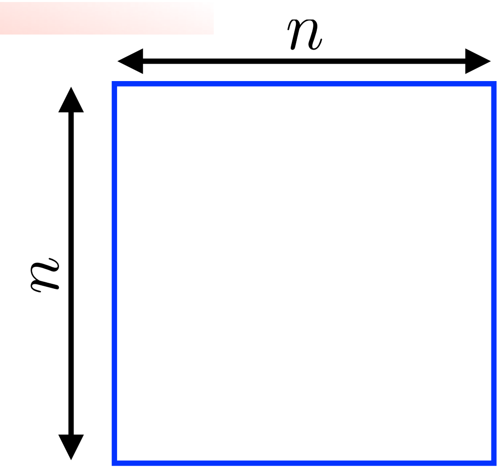
La matrice du format *m* x *n* dont les éléments sont tous nuls est appelée la *matrice nulle* ou la *matrice* 0, et est notée par 0_{mxn} ou simplement 0

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Si *A* est une matrice carrée de taille *n* et l'élément à position (i,j) de *A* est noté par a_{ij} alors les éléments a_{11}, a_{22},…,a_{nn} sont appelés les *éléments diagonaux* de *A.*

Quelques types de matrices

Une matrice avec le même nombre de lignes que de colonnes et appelée une ***matrice carrée***. Dans ce cas, le nombre de lignes de A est appelé ***la taille*** de A.



La matrice du format m x n dont les éléments sont tous nuls est appelée la ***matrice nulle*** ou la *matrice* 0, et est notée par 0_{mxn} ou simplement 0

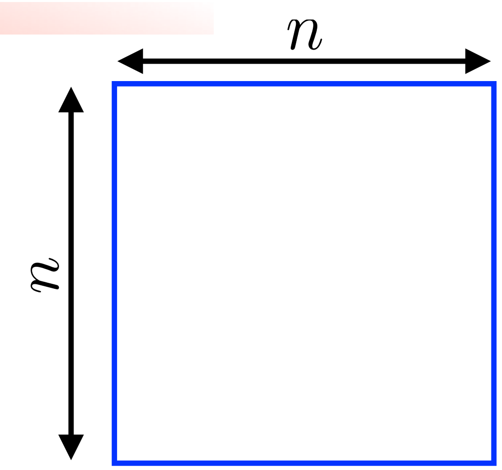
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Si A est une matrice carrée de taille n et l'élément à position (i,j) de A est noté par a_{ij} alors les éléments a_{11}, a_{22},…,a_{nn} sont appelés les ***éléments diagonaux*** de *A.*

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Quelques types de matrices

Une matrice avec le même nombre de lignes que de colonnes et appelée une *matrice carrée*. Dans ce cas, le nombre de lignes de *A* est appelé *la taille* de A.



La matrice du format *m* x *n* dont les éléments sont tous nuls est appelée la *matrice nulle* ou la *matrice* 0, et est notée par 0_{mxn} ou simplement 0

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

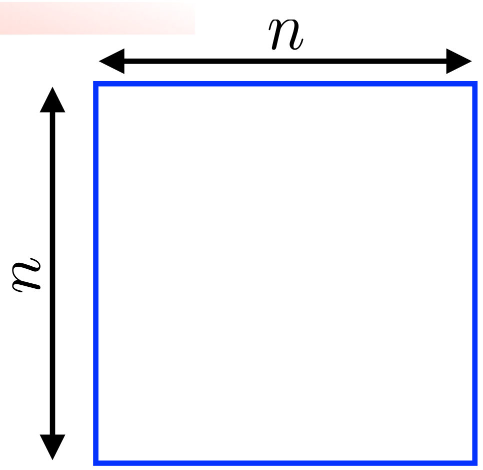
Si *A* est une matrice carrée de taille *n* et l'élément à position (i,j) de *A* est noté par a_{ij} alors les éléments $a_{11}, a_{22},\ldots,a_{nn}$ sont appelés les *éléments diagonaux* de *A.*

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

La matrice carrée *n* x *n* pour laquelle les éléments diagonaux sont égaux à 1 et tous les autres éléments sont égaux à 0 est appelée la *matrice identité* et noté par I_n

Quelques types de matrices

Une matrice avec le même nombre de lignes que de colonnes et appelée une *matrice carrée*. Dans ce cas, le nombre de lignes de *A* est appelé *la taille* de A.



La matrice du format *m* x *n* dont les éléments sont tous nuls est appelée la *matrice nulle* ou la *matrice* 0, et est notée par 0_{mxn} ou simplement 0

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Si *A* est une matrice carrée de taille *n* et l'élément à position (i,j) de *A* est noté par a_{ij} alors les éléments $a_{11}, a_{22},\ldots,a_{nn}$ sont appelés les *éléments diagonaux* de *A.*

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

La matrice carrée *n* x *n* pour laquelle les éléments diagonaux sont égaux à 1 et tous les autres éléments sont égaux à 0 est appelée la *matrice identité* et noté par I_n

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice identité

$$\forall A \in \mathbb{R}^{m \times n}: \quad I_m \cdot A = A \cdot I_n = A$$

La matrice identité

$$\forall A \in \mathbb{R}^{m\times n}: \quad I_m \cdot A = A \cdot I_n = A$$

Démonstration donnée pendent le cours.

Règles du calcul

(a) Commutativité de la somme : $A + B = B + A$

(b) Associativité de la somme : $A + (B + C) = (A + B) + C$.

(c) Associativité du produit : $A(BC) = (AB)C$

(d) Distributivité du produit par rapport à la somme : $A(B + C) = AB + AC$

$$(B + C)A = BA + CA$$

(e) $A + 0 = A$

(f) $AI = IA = A$

(g) $A \cdot 0 = 0 \cdot A = 0$

L'inversion

L'inversion

Soit A une matrice carrée de taille n x n. S'il existe une matrice B carrée de même taille telle que $AB = I_n$ et $BA = I_n$, on dit que *A est inversible* et on appelle B *un inverse* de A.

L'inversion

Soit *A* une matrice carrée de taille *n* x *n*. S'il existe une matrice *B* carrée de même taille telle que $AB = I_n$ et $BA = I_n$, on dit que ***A est inversible*** et on appelle *B* ***un inverse*** de *A*.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

L'inversion

Soit A une matrice carrée de taille n x n. S'il existe une matrice B carrée de même taille telle que $AB = I_n$ et $BA = I_n$, on dit que *A est inversible* et on appelle B *un inverse* de A.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

L'inversion

Soit A une matrice carrée de taille n x n. S'il existe une matrice B carrée de même taille telle que $AB = I_n$ et $BA = I_n$, on dit que *A est inversible* et on appelle B *un inverse* de A.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$ est l'inverse de $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ et vice versa.

L'inversion

L'inversion

Une matrice A est inversible si et seulement si son application linéaire associée, ça veut dire l'application $f(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$, est bijective, i.e., si et seulement si chaque ligne et chaque colonne de A a une position pivot.

L'inversion

Une matrice A est inversible si et seulement si son application linéaire associée, ça veut dire l'application $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, est bijective, i.e., si et seulement si chaque ligne et chaque colonne de A a une position pivot.

Démonstration donnée pendent le cours.