Matrices par blocs

Matrices par blocs

Partage d’une matrice en blocs

Matrices par blocs

Partage d'une matrice en blocs

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{pmatrix}$$

Matrices par blocs

Partage d'une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{cccccc} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Matrices par blocs

Partage d’une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{rrr|rr|r} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Matrices par blocs

Partage d’une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Matrices par blocs

Partage d'une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Matrices par blocs

Partage d’une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Matrices par blocs

Partage d’une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Matrices par blocs

Partage d’une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Matrices par blocs

Partage d’une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Matrices par blocs

Partage d'une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{c|c|c} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ \hline A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{array}\right)$$

Matrices par blocs

Partage d'une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{c|c|c} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ \hline A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{array}\right)$$

Les éléments sont les *blocs* (ou *sous-matrices*)

Matrices par blocs

Partage d'une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

3 colonnes en blocs

$$\left(\begin{array}{c|c|c} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ \hline A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{array}\right)$$

Les éléments sont les *blocs* (ou *sous-matrices*)

Matrices par blocs

Partage d'une matrice en blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

3 colonnes en blocs

2 lignes en blocs

$$\left(\begin{array}{c|c|c} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ \hline A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{array}\right)$$

Les éléments sont les *blocs* (ou *sous-matrices*)

Multiplication par blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Multiplication par blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Multiplication par blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Multiplication par blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ \hline 2 & 1 & 1 & -8 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ \hline -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Multiplication par blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

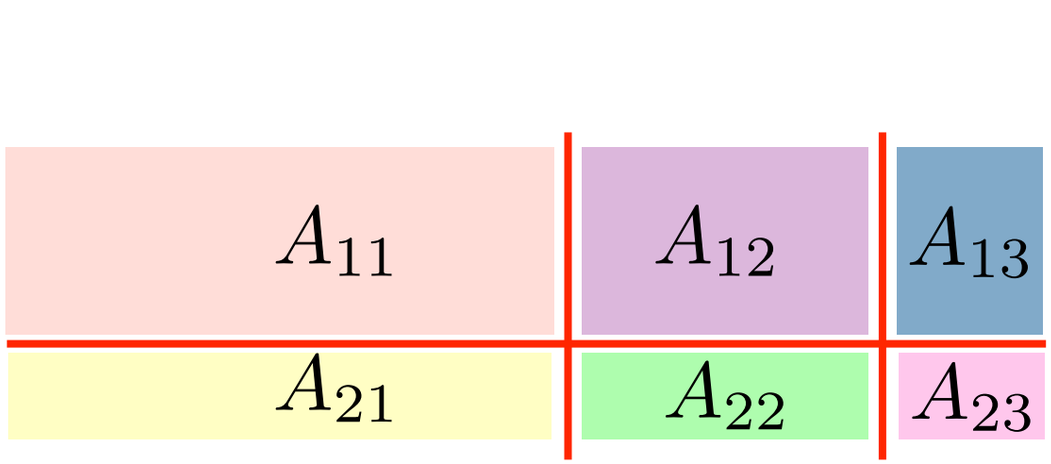
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ \hline 2 & 1 & 1 & -8 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ \hline -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

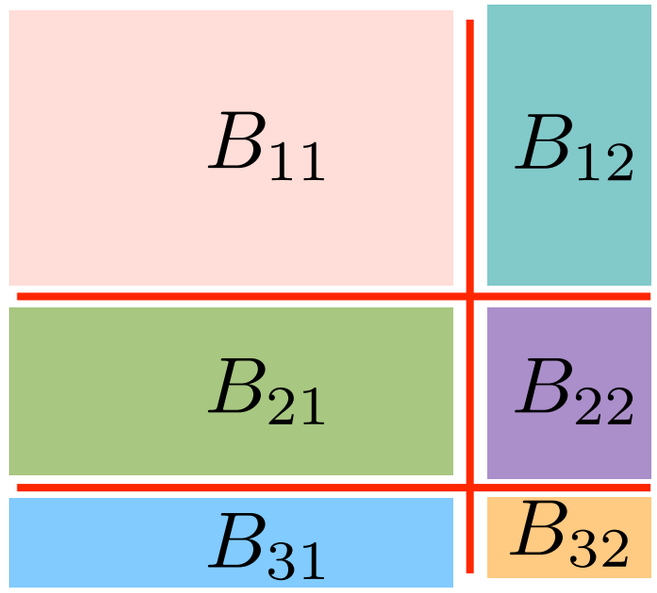
Multiplication par blocs

$$\left(\begin{array}{ccc|c} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \\ \hline A_{21} & A_{22} & A_{23} & \end{array}\right)$$

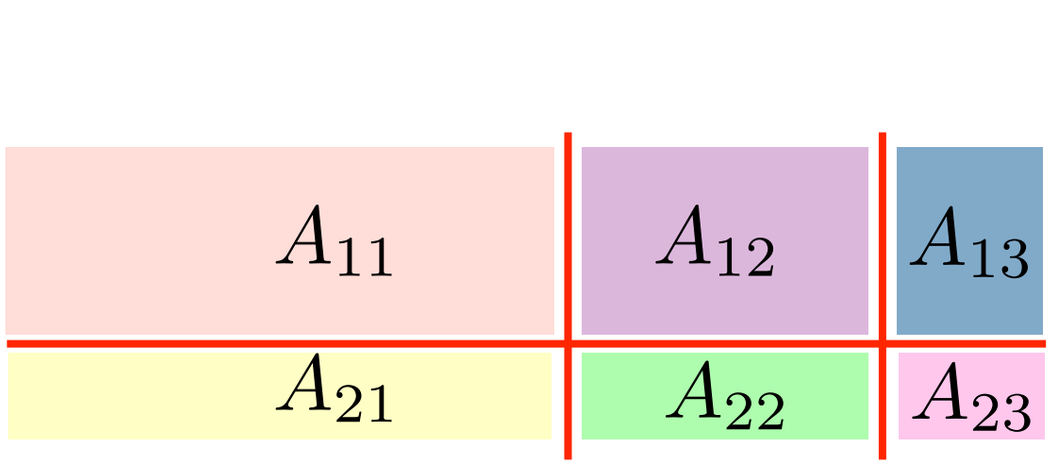
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ \hline 2 & 1 & 1 & -8 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ \hline -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

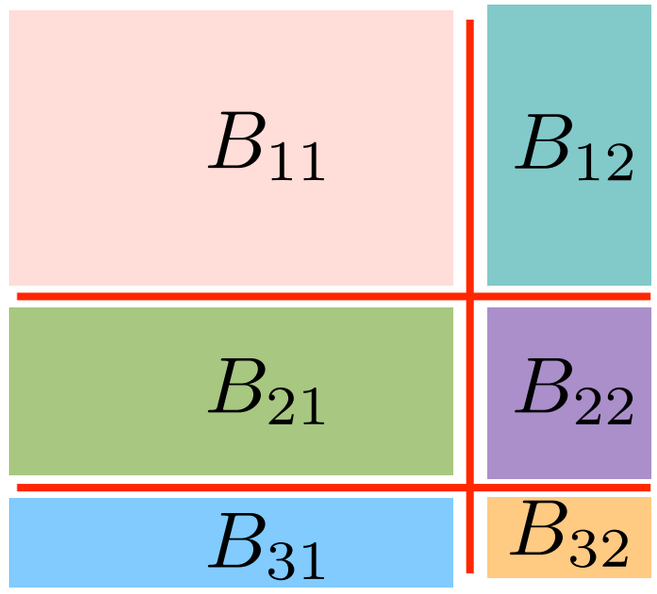
Multiplication par blocs





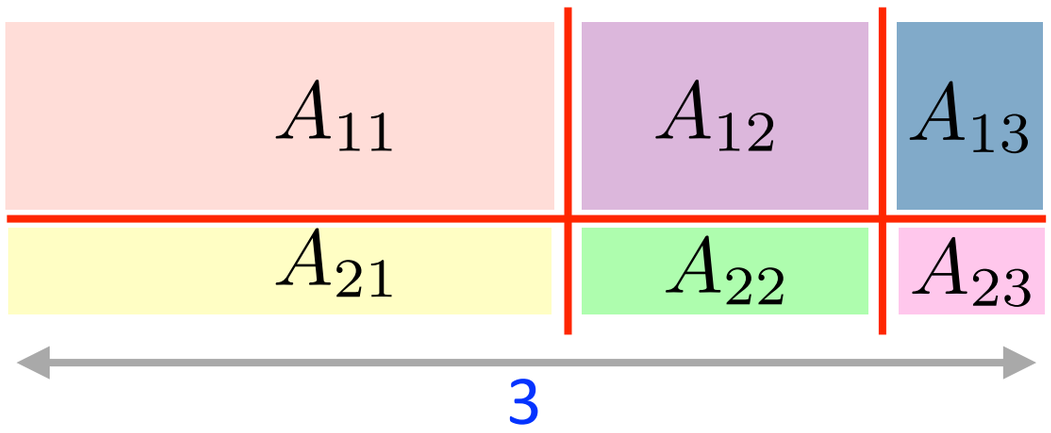
Multiplication par blocs

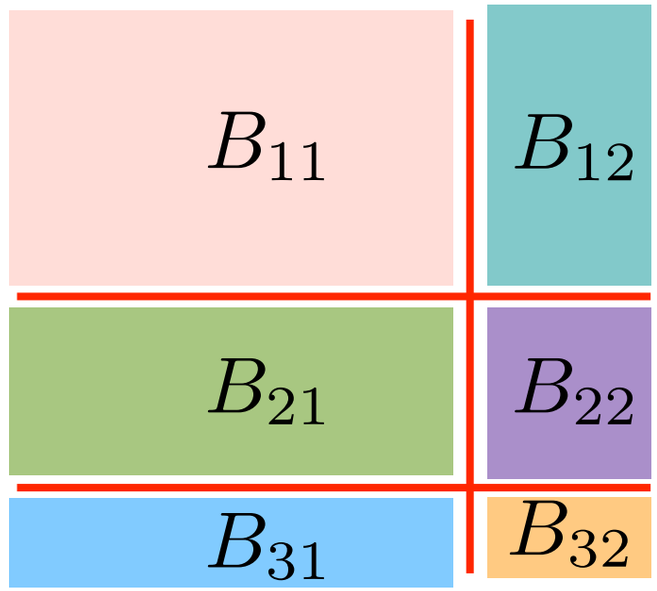




Le nombre de colonnes en blocs du facteur à gauche doit être égal

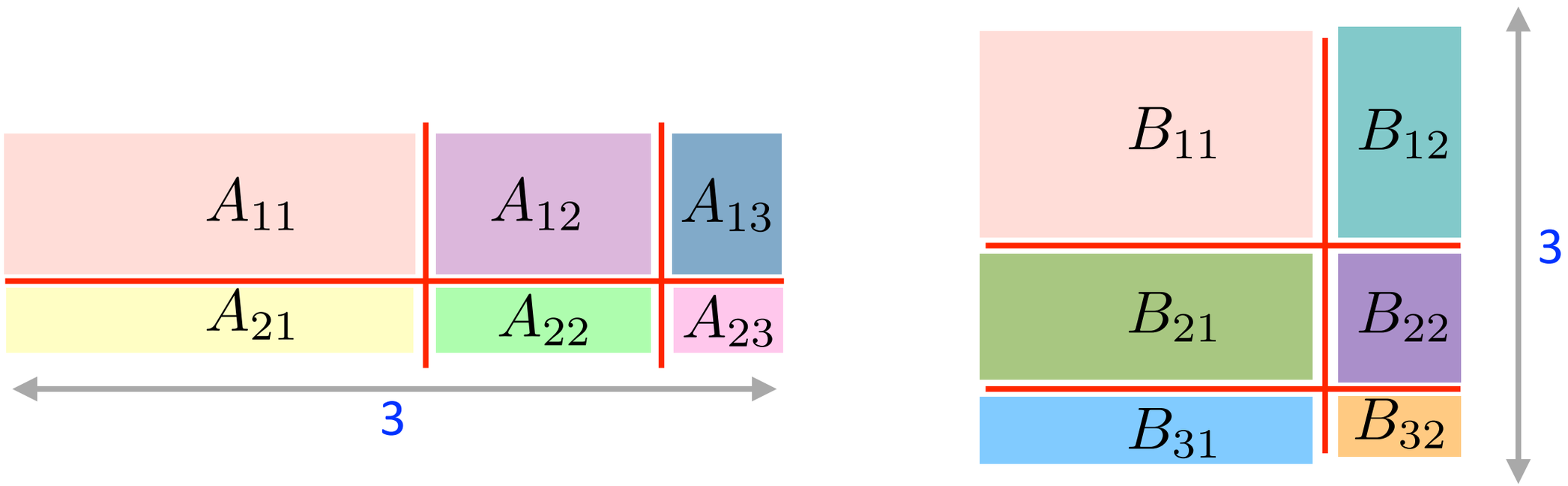
Multiplication par blocs





Le nombre de colonnes en blocs du facteur à gauche doit être égal

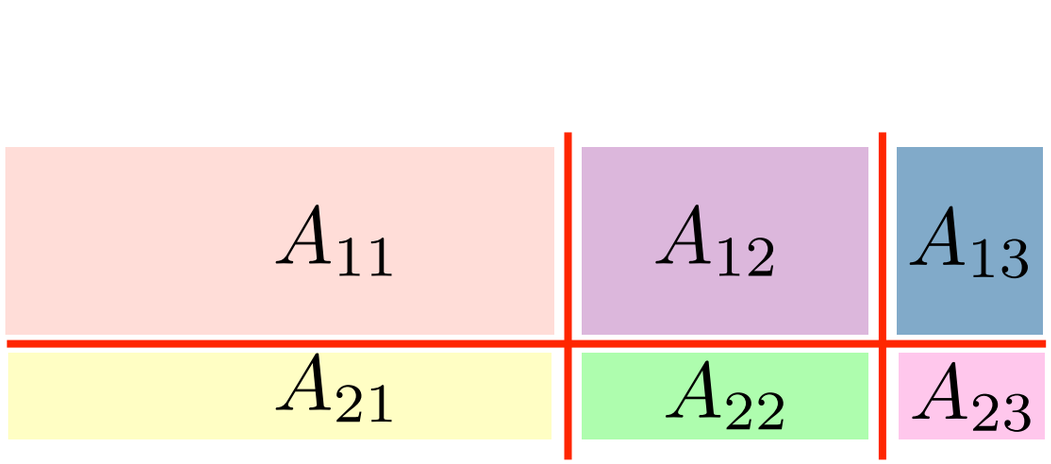
Multiplication par blocs

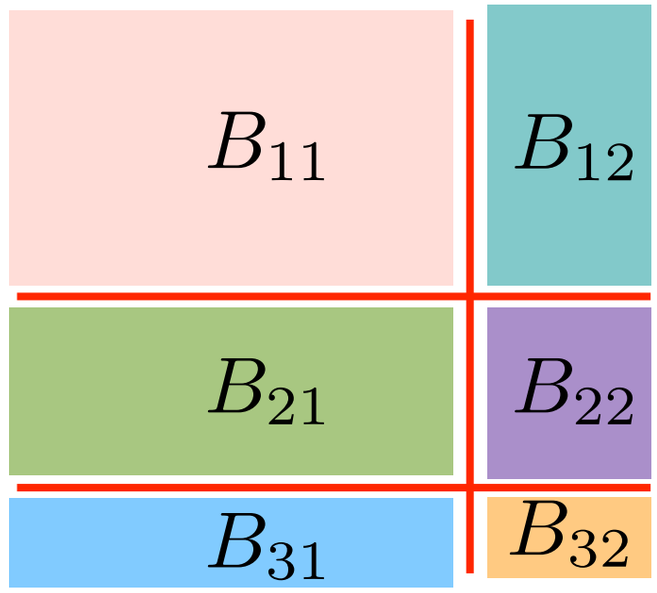


Le nombre de colonnes en blocs du facteur à gauche doit être égal

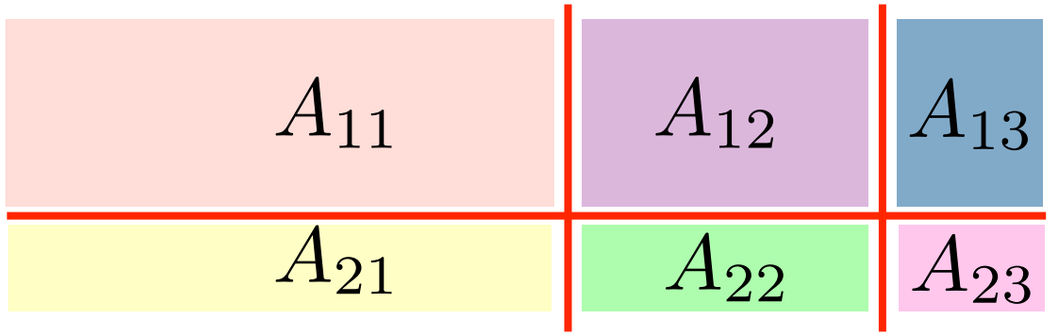
au nombre de lignes en blocs du facteur à la droite

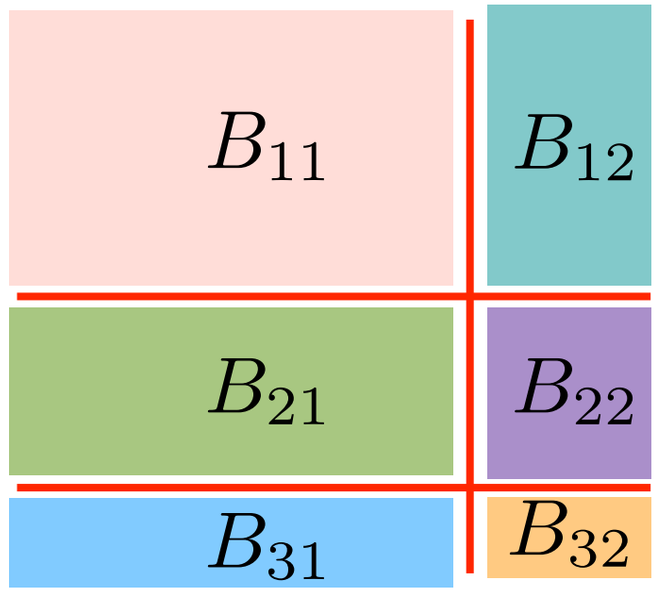
Multiplication par blocs





Multiplication par blocs





$$= \left(\begin{array}{c|c} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} + A13B_{31} & A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} + A_{13}B_{32} \\ \hline A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} + A23B_{31} & A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} + A_{23}B_{32} \end{array} \right)$$

Multiplication par blocs

$$\left(\begin{array}{c|c|c} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ \hline A_{21} & A_{22} & A_{23} \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{c|c} B_{11} & B_{12} \\ \hline B_{21} & B_{22} \\ \hline B_{31} & B_{32} \end{array}\right)$$

Les multiplications individuelles doivent être définies aussi

$$= \left(\begin{array}{c|c} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} + A13B_{31} & A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} + A_{13}B_{32} \\ \hline A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} + A23B_{31} & A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} + A_{23}B_{32} \end{array}\right)$$

Exemples

$$\left(\begin{array}{rrr|rrr} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Exemples

$$\left(\begin{array}{rrr|rrr} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 2

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Exemples

$$\left(\begin{array}{rrr|rrr} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 2

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de lignes en blocs = 3

Exemples

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right) \times \left(\begin{array}{cccc} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 2

Nombre de lignes en blocs = 3

Exemples

$$\left(\begin{array}{rrr|rrr} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right) \times \left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 2

$$\left(\begin{array}{r|rrrr|r} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right) \times \left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de lignes en blocs = 3

Exemples

$$\left(\begin{array}{rrr|rrr} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 2

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{r|rrrr|r} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 3

Nombre de lignes en blocs = 3

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Exemples

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 2

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de lignes en blocs = 3

$$\left(\begin{array}{c|cccc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 3

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de lignes en blocs = 3

Exemples

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right) \times \left(\begin{array}{c|ccc} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 2

Nombre de lignes en blocs = 3

4

$$\left(\begin{array}{c|cccc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 3

$$\left(\begin{array}{c|ccc} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de lignes en blocs = 3

Exemples

$$\left(\begin{array}{rrr|rrr} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 2

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de lignes en blocs = 3

4

$$\left(\begin{array}{r|rrr|r} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 3

3

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de lignes en blocs = 3

Exemples

$$\left(\begin{array}{rrr|rrr} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 2

$\times$

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de lignes en blocs = 3

$\neq$

4

$$\left(\begin{array}{r|rrrr|r} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 3

3

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de lignes en blocs = 3

Exemples

$$\left(\begin{array}{ccc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right) \times \left(\begin{array}{c|ccc} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 2

Nombre de lignes en blocs = 3

$\neq$

4

3

$$\left(\begin{array}{c|cc|cc|c} 3 & 0 & -1 & 5 & 9 & -2 \\ -5 & 2 & 4 & 0 & -3 & 1 \\ \hline -8 & -6 & 3 & 1 & 7 & -4 \end{array}\right) \times \left(\begin{array}{c|ccc} 1 & -2 & 0 & 1 \\ \hline 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & -8 \\ \hline 2 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Nombre de colonnes en blocs = 3

Nombre de lignes en blocs = 3

Forme échelonnée

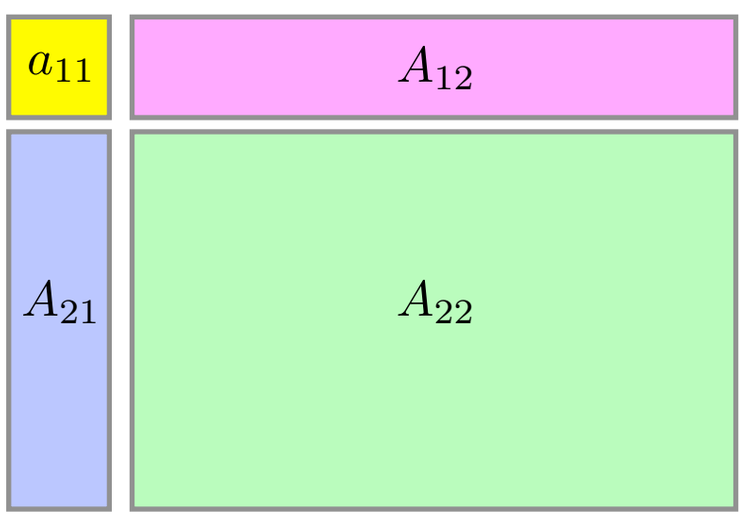
Pour transformer une matrice à la forme échelonnée on élimine les éléments colonne par colonne en utilisant de transformations élémentaires.

Ce processus peut être décrit par la multiplication par blocs.

Forme échelonnée

Pour transformer une matrice à la forme échelonnée on élimine les éléments colonne par colonne en utilisant de transformations élémentaires.

Ce processus peut être décrit par la multiplication par blocs.



Forme échelonnée

Pour transformer une matrice à la forme échelonnée on élimine les éléments colonne par colonne en utilisant de transformations élémentaires.

Ce processus peut être décrit par la multiplication par blocs.

$$a_{11} \neq 0$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline a_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \\ \hline \end{array}$$

Forme échelonnée

Pour transformer une matrice à la forme échelonnée on élimine les éléments colonne par colonne en utilisant de transformations élémentaires.

Ce processus peut être décrit par la multiplication par blocs.

$$a_{11} \neq 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ -A_{21}a_{11}^{-1} & I_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

Forme échelonnée

Pour transformer une matrice à la forme échelonnée on élimine les éléments colonne par colonne en utilisant de transformations élémentaires.

Ce processus peut être décrit par la multiplication par blocs.

$$a_{11} \neq 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ -A_{21}a_{11}^{-1} & I_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} =$$

Forme échelonnée

Pour transformer une matrice à la forme échelonnée on élimine les éléments colonne par colonne en utilisant de transformations élémentaires.

Ce processus peut être décrit par la multiplication par blocs.

$$a_{11} \neq 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \\ -A_{21}a_{11}^{-1} & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & A_{12} \\ \mathbf{0} & A_{22} - A_{21}a_{11}^{-1}A_{12} \end{bmatrix}$$

Calcul de l'inverse

L'algorithme pivot de Gauss appliqué à une matrice inversible *A* nous donne implicitement une suite de matrices pour lesquelles le produit est égal à l'inverse de *A*

Calcul de l'inverse

L'algorithme pivot de Gauss appliqué à une matrice inversible *A* nous donne implicitement une suite de matrices pour lesquelles le produit est égal à l'inverse de *A*

$$E_{12}(2)E_{13}(-1)E_{23}(-3)E_3(-1/4)E_{32}(1)E_{31}(-2)\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 3\\ 2 & -5 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Exemple de la dernière fois

Calcul de l'inverse

L'algorithme pivot de Gauss appliqué à une matrice inversible *A* nous donne implicitement une suite de matrices pour lesquelles le produit est égal à l'inverse de *A*

$$\underbrace{E_{12}(2)E_{13}(-1)E_{23}(-3)E_3(-1/4)E_{32}(1)E_{31}(-2)}_{=A^{-1}}\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 3\\ 2 & -5 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Exemple de la dernière fois

Calcul de l'inverse

L'algorithme pivot de Gauss appliqué à une matrice inversible *A* nous donne implicitement une suite de matrices pour lesquelles le produit est égal à l'inverse de *A*

$$\underbrace{E_{12}(2)E_{13}(-1)E_{23}(-3)E_3(-1/4)E_{32}(1)E_{31}(-2)}_{=A^{-1}}\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 3\\ 2 & -5 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Exemple de la dernière fois

Si on ajoute la matrice identité à la gauche de *A*, la multiplication par blocs nous montre que à la fin de l'algorithme on trouve l'inverse de *A* à la gauche

Calcul de l'inverse

L'algorithme pivot de Gauss appliqué à une matrice inversible *A* nous donne implicitement une suite de matrices pour lesquelles le produit est égal à l'inverse de *A*

$$\underbrace{E_{12}(2)E_{13}(-1)E_{23}(-3)E_3(-1/4)E_{32}(1)E_{31}(-2)}_{=A^{-1}}\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 3\\ 2 & -5 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Exemple de la dernière fois

Si on ajoute la matrice identité à la gauche de *A*, la multiplication par blocs nous montre que à la fin de l'algorithme on trouve l'inverse de *A* à la gauche

$$\left(\begin{array}{c|c} A & I_n \end{array}\right)$$

Calcul de l'inverse

L'algorithme pivot de Gauss appliqué à une matrice inversible *A* nous donne implicitement une suite de matrices pour lesquelles le produit est égal à l'inverse de *A*

$$\underbrace{E_{12}(2)E_{13}(-1)E_{23}(-3)E_3(-1/4)E_{32}(1)E_{31}(-2)}_{=A^{-1}}\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 3\\ 2 & -5 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Exemple de la dernière fois

Si on ajoute la matrice identité à la gauche de *A*, la multiplication par blocs nous montre que à la fin de l'algorithme on trouve l'inverse de *A* à la gauche

$$\left(\begin{array}{c|c} A^{-1} & A \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{c|c} A & I_n \end{array}\right)$$

Calcul de l'inverse

L'algorithme pivot de Gauss appliqué à une matrice inversible *A* nous donne implicitement une suite de matrices pour lesquelles le produit est égal à l'inverse de *A*

$$\underbrace{E_{12}(2)E_{13}(-1)E_{23}(-3)E_3(-1/4)E_{32}(1)E_{31}(-2)}_{=A^{-1}}\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 3\\ 2 & -5 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Exemple de la dernière fois

Si on ajoute la matrice identité à la gauche de *A*, la multiplication par blocs nous montre que à la fin de l'algorithme on trouve l'inverse de *A* à la gauche

$$A^{-1}\left(\begin{array}{c|c} A & I_n \end{array}\right)=$$

Calcul de l'inverse

L'algorithme pivot de Gauss appliqué à une matrice inversible *A* nous donne implicitement une suite de matrices pour lesquelles le produit est égal à l'inverse de *A*

$$\underbrace{E_{12}(2)E_{13}(-1)E_{23}(-3)E_3(-1/4)E_{32}(1)E_{31}(-2)}_{=A^{-1}}\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 3\\ 2 & -5 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Exemple de la dernière fois

Si on ajoute la matrice identité à la gauche de *A*, la multiplication par blocs nous montre que à la fin de l'algorithme on trouve l'inverse de *A* à la gauche

$$A^{-1}\left(\begin{array}{c|c} A & I_n \end{array}\right)=\left(\begin{array}{c|c} A^{-1}A & A^{-1}I_n \end{array}\right)$$

Calcul de l'inverse

L'algorithme pivot de Gauss appliqué à une matrice inversible *A* nous donne implicitement une suite de matrices pour lesquelles le produit est égal à l'inverse de *A*

$$\underbrace{E_{12}(2)E_{13}(-1)E_{23}(-3)E_3(-1/4)E_{32}(1)E_{31}(-2)}_{=A^{-1}}\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 3\\ 2 & -5 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

Exemple de la dernière fois

Si on ajoute la matrice identité à la gauche de *A*, la multiplication par blocs nous montre que à la fin de l'algorithme on trouve l'inverse de *A* à la gauche

$$A^{-1}\left(\begin{array}{c|c} A & I_n \end{array}\right)=\left(\begin{array}{c|c} I_n & A^{-1} \end{array}\right)$$

Corps

Définition d’un corps

Définition d'un corps

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Définition d'un corps

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Définition d'un corps

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Définition d'un corps

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Définition d'un corps

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Définition d'un corps

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Définition d'un corps

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Définition d'un corps

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Définition d'un corps

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,
$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,
$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$\forall a, b \in K:\ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$\forall a, b \in K:\ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$\forall a, b \in K:\ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a + b = b + a, ab = ba$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$\forall a, b \in K:\ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a + b = b + a, ab = ba$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$\forall a, b \in K:\ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a + b = b + a, ab = ba$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$\forall a, b \in K:\ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a + b = b + a, ab = ba$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$\forall a, b \in K:\ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a + b = b + a, ab = ba$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*. ✓

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$\forall a, b \in K:\ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a + b = b + a, ab = ba$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*. ✓

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,

$\forall a, b \in K:\ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a + b = b + a, ab = ba$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*. ✓

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*. ✗ Par exemple $2^{-1} \notin \mathbb{Z}$

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b + c) = ab + ac$

Exemples

- $\mathbb{R}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Q}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✓
- $\mathbb{Z}$ par rapport à l'addition et la multiplication est un corps? ✗

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,
$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$ ✓ grace à $\mathbb{R}$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*. ✓

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*. ✗ Par exemple $2^{-1} \notin \mathbb{Z}$

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,
$\forall a, b \in K:\ a+b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a+0=a, a\cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b+c)=ab+ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,
$\forall a, b \in K:\ a+b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a+0=a, a\cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b+c)=ab+ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K:\ a+b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a+0=a, a\cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b+c)=ab+ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,
$\forall a, b \in K:\ a+b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a+0=a, a\cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b+c)=ab+ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K:\ a+b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a+0=a, a\cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b+c)=ab+ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K:\ a+b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$ ✓

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a+0=a, a\cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b+c)=ab+ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K:\ a+b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$ ✓

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a+0=a, a\cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b+c)=ab+ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K: \ a+b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$ ✓

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a+0=a, a \cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b+c)=ab+ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$ ✓

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K:\ a+b \in K, ab \in K$ ✓

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$ ✓

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a+0=a, a\cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b+c)=ab+ac$

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K:\ a+b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a+0=a, a\cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b+c)=ab+ac$

✓

✓

Multiplication matricielle n'est pas commutative (en général)

Exemple?

$\mathbb{R}^{2\times 2}$ est-il un corps par rapport à l'addition et la multiplication matricielle?

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K:\ a+b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a+(b+c)=(a+b)+c, a(bc)=(ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K:\ a+b=b+a, ab=ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K: a+0=a, a\cdot 1=a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K:\ a+b=0$. *b* est noté par -*a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K:\ ab=1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K:\ a(b+c)=ab+ac$

✓

✓

✗

Multiplication matricielle n'est pas commutative (en général)

Un corps matriciel

$$K := \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in \mathbb{R} \right\}$$ par rapport à l'addition et la multiplication matricielle

Un corps matriciel

$$K := \left\{ \left(\begin{array}{cc} a & -b \\ b & a \end{array} \right) \middle| \, a, b \in \mathbb{R} \right\}$$ par rapport à l'addition et la multiplication matricielle

Un corps matriciel

$$K := \left\{ \left(\begin{array}{cc} a & -b \\ b & a \end{array} \right) \middle| \, a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

par rapport à l'addition et la multiplication matricielle

Ca veut dire: *K* est l'ensemble des matrices 2 x 2 où les éléments diagonaux sont égaux et l'élément à la position (1,2) est l'inverse additive d'élément à la position (2,1).

Un corps matriciel

$$K := \left\{ \left(\begin{array}{cc} a & -b \\ b & a \end{array} \right) \middle| \, a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

par rapport à l'addition et la multiplication matricielle

Ca veut dire: *K* est l'ensemble des matrices 2 x 2 où les éléments diagonaux sont égaux et l'élément à la position (1,2) est l'inverse additive d'élément à la position (2,1).

Démonstration donnée pendent le cours

Un corps matriciel

$$K := \left\{ \left(\begin{array}{cc} a & -b \\ b & a \end{array} \right) \middle| \, a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

par rapport à l'addition et la multiplication matricielle

Ca veut dire: *K* est l'ensemble des matrices 2 x 2 où les éléments diagonaux sont égaux et l'élément à la position (1,2) est l'inverse additive d'élément à la position (2,1).

Démonstration donnée pendent le cours

K est équivalent au corps de nombres complexes!

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

+	0	1
0	0	1
1	1	0

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

*	0	1
0	0	0
1	0	1

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

*	0	1
0	0	0
1	0	1

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,
$\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

✓ Par définition

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,
$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

✓ Par définition

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire,
$\forall a, b \in K: \ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K: a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K: \ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K \ \forall a \in K: a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K \ \exists b \in K: \ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K \ \exists b \in K: \ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K: \ a(b + c) = ab + ac$

✓ Par définition
✓ Controller toutes le possibilités

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

✓ Par définition
✓ Controller toutes le possibilités

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

- ✓ Par définition
- ✓ Controller toutes le possibilités
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

- ✓ Par définition
- ✓ Controller toutes le possibilités
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

- ✓ Par définition
- ✓ Controller toutes le possibilités
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

- ✓ Par définition
- ✓ Controller toutes le possibilités
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

✓ Par définition
✓ Controller toutes le possibilités
✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
✓

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

- ✓ Par définition
- ✓ Controller toutes le possibilités
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ -0=0, -1=1

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

- ✓ Par définition
- ✓ Controller toutes le possibilités
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ -0=0, -1=1

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

- ✓ Par définition
- ✓ Controller toutes le possibilités
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ -0=0, -1=1
- ✓ $1^{-1}=1$

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

- ✓ Par définition
- ✓ Controller toutes le possibilités
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ -0=0, -1=1
- ✓ $1^{-1}=1$

GF(2): Un (le) corps fini de taille 2

$\mathrm{GF}(2) := \{0, 1\}$ est un corps par rapport à l'addition et la multiplication définies par les tableaux suivantes:

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

+	0	1
0	0	1
1	1	0

Exclusive OR

*	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

Un *corps* est un ensemble *K* avec deux opérations + et * appelées *addition* et *multiplication* qui vérifies les propriétés suivantes:

(a) *K* est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication. Ca veut dire, $\forall a, b \in K\colon\ a + b \in K, ab \in K$

(b) Associativité: $\forall a, b, c \in K\colon a + (b + c) = (a + b) + c, a(bc) = (ab)c$

(c) Commutativité: $\forall a, b \in K\colon\ a + b = b + a, ab = ba$

(d) Eléments neutres: $\exists 1 \in K, 0 \in K\ \forall a \in K\colon a + 0 = a, a \cdot 1 = a$

(e) Elément inverse par rapport à l'addition: $\forall a \in K\ \exists b \in K\colon\ a + b = 0$. *b* est noté par *-a* et appelé *l'inverse additive* de *a*.

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication: $\forall 0 \neq a \in K\ \exists b \in K\colon\ ab = 1$. *b* est noté par a^{-1} et appelé *l'inverse multiplicative* de *a*.

(g) Distributivité: $\forall a, b, c \in K\colon\ a(b + c) = ab + ac$

- ✓ Par définition
- ✓ Controller toutes le possibilités
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ Par rapport aux tableaux au-dessus
- ✓ -0=0, -1=1
- ✓ $1^{-1}=1$
- ✓ Controller toutes le possibilités

GF(2)

$$\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x^2 = x$$

GF(2)

$$\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x^2 = x$$

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

GF(2)

$$\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x^2 = x$$

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

GF(2)

$$\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x^2 = x$$

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

$$\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$$

GF(2)

$$\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x^2 = x$$

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

$$\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$$

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

GF(2)

$$\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x^2 = x$$

0*0=0
0*1=0
1*0=0
1*1=1

$$\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$$

0+0=0
0+1=1
1+0=1
1+1=0

Application: Système RAID

Le **RAID** est un ensemble de techniques de virtualisation du stockage permettant de répartir des données sur plusieurs disques durs afin d'améliorer soit les performances, soit la sécurité ou la tolérance aux pannes de l'ensemble du ou des systèmes.

https://fr.wikipedia.org/wiki/RAID_(informatique)

Exemple: On a 3 disques durs et on souhaite introduire un nombre n de disque redondants telle que on peut récupérer le 3 disques même si on pert un de n+3 disques

RAID 1: Disques en miroir

On ajoute un disque redondant à chacun de 3 disques

RAID 1: Disques en miroir

On ajoute un disque redondant à chacun de 3 disques

A

B

C

RAID 1: Disques en miroir

On ajoute un disque redondant à chacun de 3 disques

A B C

A B C

RAID 1: Disques en miroir

On ajoute un disque redondant à chacun de 3 disques

A B C

A B C

RAID 1: Disques en miroir

On ajoute un disque redondant à chacun de 3 disques

A B C

A B C

On peut récupérer un pert de disque, mais pas 2 (dans le pire des cas)

Optimale?

On a besoin de 6 disques pour protéger 3. Est-ce que on peut faire mieux?

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

0100101111010100101010100101010010010101001010101

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

01001011110101001010101001010100100101010010101

B 

10010100101111010101001010101010010100100101

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

0100101111010100101010100101010010010101001010101

B 

1001010010111101010100101010101001010010100101

C 

1010101001001001010010011110101001010010001010010 10

. .

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

0100101111010100101010100101010010010101001010101

B 

1001010010111101010100101010101001010010100101

C 

1010101001001001010010011110101001010010001010010 10

On ajoute un quatrième disque qui contient la somme de 3 disques sur GF(2)

. .

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

0100101111010100101010100101010010010101001010101

B 

1001010010111101010100101010101001010010100101

C 

1010101001001001010010011110101001010010001010010 10

On ajoute un quatrième disque qui contient la somme de 3 disques sur GF(2)

. .

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

B 

C 

0100101111010100101010100101010010010101001010101

1001010010111101010100101010101001010010100101001

1010101001001001010010011110101001010010001010010 10

On ajoute un quatrième disque qui contient la somme de 3 disques sur GF(2)

. .

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

B 

C 

0100101111010100101010100101010010010101001010101

1001010010111101010100101010101001010010100101001010

On ajoute un quatrième disque qui contient la somme de 3 disques sur GF(2)

0 . .

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

0100101111010100101010100101010010010101001010101

B 

1001010010111101010100101010101001010010100101

C 

1010101001001001010010011110101001010010001010010 10

On ajoute un quatrième disque qui contient la somme de 3 disques sur GF(2)

0 . .

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

0100101111010100101010100101010010010101001010101

B 

1001010010111101010100101010101001010010100101

C 

1010101001001001010010011110101001010010001010010 10

On ajoute un quatrième disque qui contient la somme de 3 disques sur GF(2)

01 .

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

B 

C 

01001011111010100101010100101010010010101010010101

10010100101111010101001010101010010100100101001010

10101010010010010100100111101010010100100010100101010

On ajoute un quatrième disque qui contient la somme de 3 disques sur GF(2)

01 .

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

01001011110101001010101001010100100101010010101

B 

10010100101111010101001010101010010100100101001

C 

10101010010010010100100111101010010100100010100101010

On ajoute un quatrième disque qui contient la somme de 3 disques sur GF(2)

011

RAID 5

On interprète chaque disque comme un vecteur sur GF(2)

A 

0100101111010100101010100101010010010101010010101

B 

1001010010111101010100101010101001010010100101

C 

1010101001001001010010011110101001010010001010010

On ajoute un quatrième disque qui contient la somme de 3 disques sur GF(2)

A+B+C

0111010100100000101100010001010010010101111110111010

RAID 5

A

B

C

A+B+C

RAID 5

A

B

C

A+B+C

RAID 5

A | B | C | A+B+C

On calcule la somme de B, C, et A+B+C sur GF(2)

RAID 5

A B C A+B+C



On calcule la somme de B, C, et A+B+C sur GF(2)

$$B + C + (A+B+C) = (B+B) + (C+C) + A$$

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de B, C, et A+B+C sur GF(2)

$$B + C + (A+B+C) = (B+B) + (C+C) + A$$

RAID 5

A B C A+B+C



On calcule la somme de B, C, et A+B+C sur GF(2)

B + C + (A+B+C) = (B+B) + (C+C) + A

=0 grace à $\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de B, C, et A+B+C sur GF(2)

B + C + (A+B+C) = (B+B) + (C+C) + A = A

=0 grace à $\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$

RAID 5

A B C A+B+C



On calcule la somme de B, C, et A+B+C sur GF(2)

B + C + (A+B+C) = (B+B) + (C+C) + A = A

=0 grace à $\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$

A peut être récupéré

RAID 5

A

B

C

A+B+C

RAID 5

A B C A+B+C

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, C, et A+B+C sur GF(2)

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, C, et A+B+C sur GF(2)

$$A + C + (A+B+C) = (A+A) + (C+C) + B$$

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, C, et A+B+C sur GF(2)

$$A + C + (A+B+C) = (A+A) + (C+C) + B$$

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, C, et A+B+C sur GF(2)

A + C + (A+B+C) = (A+A) + (C+C) + B

=0 grace à $\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, C, et A+B+C sur GF(2)

A + C + (A+B+C) = (A+A) + (C+C) + B = B

=0 grace à $\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, C, et A+B+C sur GF(2)

A + C + (A+B+C) = (A+A) + (C+C) + B = B

=0 grace à $\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$

B peut être récupéré

RAID 5

A

B

C

A+B+C

RAID 5

A

B

C

A+B+C

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, B, et A+B+C sur GF(2)

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, B, et A+B+C sur GF(2)

$$A + B + (A+B+C) = (A+A) + (B+B) + C$$

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, B, et A+B+C sur GF(2)

$$A + B + (A+B+C) = (A+A) + (B+B) + C$$

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, B, et A+B+C sur GF(2)

A + B + (A+B+C) = (A+A) + (B+B) + C

=0 grace à $\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, B, et A+B+C sur GF(2)

$$A + B + (A+B+C) = (A+A) + (B+B) + C = C$$

=0 grace à $\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$

RAID 5

A B C A+B+C

On calcule la somme de A, B, et A+B+C sur GF(2)

A + B + (A+B+C) = (A+A) + (B+B) + C = C

=0 grace à $\forall x \in \mathrm{GF}(2) : x + x = 0$

C peut être récupéré

RAID 5

A

B

C

A+B+C

RAID 5

A B C A+B+C

RAID 5

A B C A+B+C

Les disque originaux peuvent être récupérés directement

GF(4): Un (le) corps fini de taille 4

$$\mathrm{GF}(4) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a+b \end{pmatrix} \;\middle|\; a, b \in \mathrm{GF}(2) \right\}$$

GF(4): Un (le) corps fini de taille 4

$$\mathrm{GF}(4) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a+b \end{pmatrix} \;\middle|\; a, b \in \mathrm{GF}(2) \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

GF(4): Un (le) corps fini de taille 4

$$\mathrm{GF}(4) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a+b \end{pmatrix} \;\middle|\; a, b \in \mathrm{GF}(2) \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

(a) GF(4) est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication

(c) Commutativité de la multiplication

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication

GF(4): Un (le) corps fini de taille 4

$$\mathrm{GF}(4) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a+b \end{pmatrix} \;\middle|\; a, b \in \mathrm{GF}(2) \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

(a) GF(4) est *fermé* par rapport à l'addition et la multiplication

(c) Commutativité de la multiplication

(f) Elément inverse par rapport à la multiplication

Démonstration pendent le cours

Espaces vectoriels

Espaces vectoriels

Un *espace vectoriel* sur un corps K est un ensemble V avec deux applications +: $V \times V \to V$, appelé *l'addition*, et $\cdot$: $K \times V \to V$, appelé *la multiplication scalaire*, qui vérifie les propriétés suivantes:

(a) Chaque $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$ vérifient $\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}+\boldsymbol{u}$

(b) Chaque $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w} \in V$ vérifient $\boldsymbol{u}+(\boldsymbol{v}+\boldsymbol{w})=(\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v})+\boldsymbol{w}$

(c) il y a un élément $\mathbf{0} \in V$ telle que pour chaque $\boldsymbol{v} \in V$: $\mathbf{0}+\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}$

(d) Chaque $c \in K$ et $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$ vérifient $c \cdot (\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v})=c \cdot \boldsymbol{u} + c \cdot \boldsymbol{v}$

(e) Chaque $c,d \in K$ et $\boldsymbol{u} \in V$ vérifient $c \cdot (d \cdot \boldsymbol{u}) = (cd) \cdot \boldsymbol{u}$

(f) Chaque $c,d \in K$ et $\boldsymbol{u} \in V$ vérifient $(c+d) \cdot \boldsymbol{u} = c \cdot \boldsymbol{u} + d \cdot \boldsymbol{u}$

(g) Chaque $\boldsymbol{u} \in V$ vérifient $1 \cdot \boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}$

Les éléments d'un espace vectoriel sont appelés des *vecteurs*